# 2008 普通高等学校招生考试 (安徽卷理)

## 一、选择题

1. 复数 $\mathrm{i}^3(1+\mathrm{i})^2=$ ( )

(A) 2 (B) $-2$ (C) $2\mathrm{i}$ (D) $-2\mathrm{i}$

2. 集合 $A=\{y\in\mathbf{R}\mid y=\lg x,\ x>1\}$, $B=\{-2,\ -1,\ 1,\ 2\}$ 则下列结论正确的是 ( )

(A) $A\cap B=\{-2,\ -1\}$ (B) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=(-\infty,0)$

(C) $A\cup B=(0,+\infty)$ (D) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{-2,\ -1\}$

3. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC$ 为一条对角线, 若 $\overrightarrow{AB}=(2,4)$, $\overrightarrow{AC}=(1,3)$, 则 $\overrightarrow{BD}=$ ( )

(A) $(-2,-4)$ (B) $(-3,-5)$ (C) $(3,5)$ (D) $(2,4)$

4. 已知 $m$, $n$ 是两条不同直线, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是 ( )

(A) 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$ (B) 若 $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma$, 则 $\alpha\parallel\beta$

(C) 若 $m\parallel\alpha$, $m\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$ (D) 若 $m\perp\alpha$, $n\perp\alpha$, 则 $m\parallel n$

5. 将函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移后所得的图象关于点 $\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$ 中心对称, 则向量 $\boldsymbol{a}$ 的坐标可能为 ( )

(A) $\left(-\dfrac{\pi}{12},0\right)$ (B) $\left(-\dfrac{\pi}{6},0\right)$ (C) $\left(\dfrac{\pi}{12},0\right)$ (D) $\left(\dfrac{\pi}{6},0\right)$

6. 设 $(1+x)^8=a_0+a_1x+\cdots+a_8x^8$, 则 $a_0$, $a_1$, $\cdots$, $a_8$ 中奇数的个数为( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

7. $a<0$ 是方程 $ax^2+2x+1=0$ 至少有一个负数根的 ( )

(A) 必要不充分条件 (B) 充分不必要条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

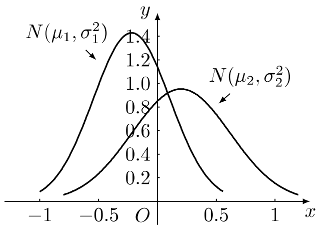
8. 若过点 $A(4,0)$ 的直线 $l$ 与曲线 $(x-2)^2+y^2=1$ 有公共点, 则直线 $l$ 的斜率的取值范围为 ( )

(A) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$ (B) $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ (C) $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$ (D) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

9. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=g(x)$ 的图象与 $y=\mathrm{e}^x$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称. 而函数 $y=f(x)$ 的图象与 $y=g(x)$ 的图象关于 $y$ 轴对称. 若 $f(m)=-1$, 则 $m$ 的值是 ( )

(A) $-\mathrm{e}$ (B) $-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ (C) $\mathrm{e}$ (D) $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

10. 设两个正态分布 $N(\mu_1,\sigma_1^2)$ $(\sigma_1>0)$ 和 $N(\mu_2,\sigma_2^2)$ $(\sigma_2>0)$ 的密度函数图象如图所示, 则有 ( )




(A) $\mu_1<\mu_2$, $\sigma_1<\sigma_2$ (B) $\mu_1<\mu_2$, $\sigma_1>\sigma_2$

(C) $\mu_1>\mu_2$, $\sigma_1<\sigma_2$ (D) $\mu_1>\mu_2$, $\sigma_1>\sigma_2$

11. 若函数 $f(x)$, $g(x)$ 分别是 $\mathbf{R}$ 上的奇函数、偶函数, 且满足 $f(x)-g(x)=\mathrm{e}^x$, 则有 ( )

(A) $f(2)<f(3)<g(0)$ (B) $g(0)<f(3)<f(2)$

(C) $f(2)<g(0)<f(3)$ (D) $g(0)<f(2)<f(3)$

12. 12 名同学合影, 站成前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 ( )

(A) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_3^2$ (B) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^6$ (C) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^2$ (D) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_5^2$

## 二、填空题

13. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为______.

14. 在数列 $\{a_n\}$ 在中, $a_n=4n-\dfrac{5}{2}$, $a_1+a_2+\cdots a_n=an^2+bn$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 $a$, $b$ 为常数, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a^n-b^n}{a^n+b^n}$ 的值是______.

15. 若 $A$ 为不等式组 $\begin{cases}x\leqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ y-x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域, 则当 $a$ 从 $-2$ 连续变化到 1 时, 动直线 $x+y=a$ 扫过 $A$ 中的那部分区域的面积为______.

16. 已知 $A$, $B$, $C$, $D$ 在同一个球面上, $AB\perp$ 平面 $BCD$, $BC\perp CD$, 若 $AB=6$, $AC=2\sqrt{13}$, $AD=8$, 则 $B$, $C$ 两点间的球面距离是______.

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期和图象的对称轴方程;

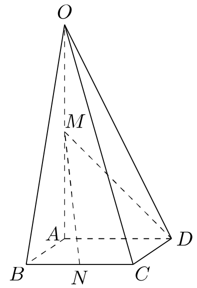
(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的值域.

18. 如图, 在四棱锥 $O-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 四边长为 1 的菱形, $\angle ABC=\dfrac{\pi}{4}$. $OA\perp$ 底面 $ABCD$, $OA=2$, $M$ 为 $OA$ 的中点, $N$ 为 $BC$ 的中点.

(1) 证明: 直线 $MN\parallel$ 平面 $OCD$;

(2) 求异面直线 $AB$ 与 $MD$ 所成角的大小;

(3) 求点 $B$ 到平面 $OCD$ 的距离.




19. 为防止风沙危害, 某地决定建设防护绿化带, 种植杨树、沙柳等植物. 某人一次种植了 $n$ 株沙柳, 各株沙柳成活与否是相互独立的, 成活率为 $p$, 设 $\xi$ 为成活沙柳的株数, 数学期望 $E\xi=3$, 标准差 $\sigma\xi$ 为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$.

(1) 求 $n$, $p$ 的值, 并写出 $\xi$ 的分布列;

(2) 若有 3 株或 3 株以上的沙柳未成活, 则需要补种, 求需要补种沙柳的概率.

20. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ $(x>0$ 且 $x\neq 1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 已知 $2^{\frac{1}{x}}>x^{a}$ 对任意 $x\in(0,1)$ 成立, 求实数 $a$ 的取值范围.

21. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_0=0$, $a_{n+1}=ca_n^3+1-c$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 $c$ 为实数.

(1) 证明: $a_n\in[0,1]$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 成立的充分必要条件是 $c\in[0,1]$;

(2) 设 $0<c<\dfrac{1}{3}$, 证明: $a_n\geqslant 1-(3c)^{n-1}$, $n\in\mathbf{N}^*$;

(3) 设 $0<c<\dfrac{1}{3}$, 证明: $a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2>n+1-\dfrac{2}{1-3c}$, $n\in\mathbf{N}^*$

22. 设椭圆 $C$: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 过点 $M\left(\sqrt{2},1\right)$, 且左焦点为 $F_1\left(-\sqrt{2},0\right)$.

(1) 求椭圆 $C$ 的方程;

(2) 当过点 $P(4,1)$ 的动直线 $l$ 与椭圆 $C$ 相交与两不同点 $A$, $B$ 时, 在线段 $AB$ 上取点 $Q$, 满足 $\left|\overrightarrow{AP}\right|\cdot\left|\overrightarrow{QB}\right|=\left|\overrightarrow{AQ}\right|\cdot\left|\overrightarrow{PB}\right|$, 证明: 点 $Q$ 总在某定直线上.

# 2008 普通高等学校招生考试 (安徽卷文)

## 一、选择题

1. 若 $A$ 为全体实数的集合, $B=\{-2,\ -1,\ 1,\ 2\}$, 则下列结论正确的是 ( )
(A) $A\cap B=\{-2,\ -1\}$ (B) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cup B=(-\infty,0)$
(C) $A\cup B=(0,+\infty)$ (D) $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=\{-2,\ -1\}$

2. 若 $\overrightarrow{AB}=(2,4)$, $\overrightarrow{AC}=(1,3)$, 则 $\overrightarrow{BC}=$ ( )
(A) $(1,1)$ (B) $(-1,-1)$ (C) $(3,7)$ (D) $(-3,-7)$

3. 已知 $m$, $n$ 是两条不同直线, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ 是三个不同平面, 下列命题中正确的是 ( )
(A) 若 $\alpha\perp\gamma$, $\beta\perp\gamma$, 则 $\alpha\parallel\beta$ (B) 若 $m\perp\alpha$, $n\perp\alpha$, 则 $m\parallel n$
(C) 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$ (D) 若 $m\parallel\alpha$, $m\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$

4. $a<0$ 是方程 $ax^2+1=0$ 有一个负数根的 ( )
(A) 必要不充分条件 (B) 充分必要条件
(C) 充分不必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

5. 在三角形 $ABC$ 中, $AB=5$, $AC=3$, $BC=7$, 则 $\angle BAC$ 的大小为 ( )
(A) $\dfrac{2\pi}{3}$ (B) $\dfrac{5\pi}{6}$ (C) $\dfrac{3\pi}{4}$ (D) $\dfrac{\pi}{3}$

6. 函数 $f(x)=(x-1)^2+1\ (x\leqslant 0)$ 的反函数为 ( )
(A) $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 1)$ (B) $f^{-1}(x)=1+\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 1)$
(C) $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 2)$ (D) $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 2)$

7. 设 $(1+x)^8=a_0+a_1x+\cdots+a_8x^8$, 则 $a_0$, $a_1$, $\cdots$, $a_8$ 中奇数的个数为( )
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

8. 函数 $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 图象的对称轴方程可能是 ( )
(A) $x=-\dfrac{\pi}{6}$ (B) $x=-\dfrac{\pi}{12}$ (C) $x=\dfrac{\pi}{6}$ (D) $x=\dfrac{\pi}{12}$

9. 设函数 $f(x)=2x+\dfrac{1}{x}-1\ (x<0)$, 则 $f(x)$ ( )
(A) 有最大值 (B) 有最小值 (C) 是增函数 (D) 是减函数

10. 若过点 $A(4,0)$ 的直线 $l$ 与曲线 $(x-2)^2+y^2=1$ 有公共点, 则直线 $l$ 的斜率的取值范围为 ( )
(A) $(-\sqrt{3},\sqrt{3})$ (B) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$ (C) $\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$ (D) $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{3},\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right]$

11. 若 $A$ 为不等式组 $\begin{cases}x\leqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ y-x\leqslant 2\end{cases}$ 表示的平面区域, 则当 $a$ 从 $-2$ 连续变化到 1 时, 动直线 $x+y=a$ 扫过 $A$ 中的那部分区域的面积为 ( )
(A) $\dfrac{3}{4}$ (B) 1 (C) $\dfrac{7}{4}$ (D) 2

12. 12 名同学合影, 站成前排 4 人后排 8 人, 现摄影师要从后排 8 人中抽 2 人调整到前排, 若其他人的相对顺序不变, 则不同调整方法的总数是 ( )
(A) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^6$ (B) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_3^2$ (C) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_6^2$ (D) $\mathrm{C}_8^2\mathrm{A}_5^2$

## 二、填空题

13. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{|x-2|-1}}{\log_2(x-1)}$ 的定义域为______.

14. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{n}-\dfrac{y^2}{12-n}=1$ 的离心率是 $\sqrt{3}$. 则 $n=$______.

15. 在数列 $\{a_n\}$ 在中, $a_n=4n-\dfrac{5}{2}$, $a_1+a_2+\cdots a_n=an^2+bn$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 $a$, $b$ 为常数, 则 $ab=$______.

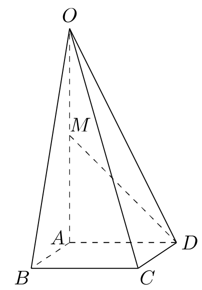
16. 已知 $A$, $B$, $C$, $D$ 在同一个球面上, $AB\perp$ 平面 $BCD$, $BC\perp CD$, 若 $AB=6$, $AC=2\sqrt{13}$, $AD=8$, 则 $B$, $C$ 两点间的球面距离是______.

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)+2\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期
(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的值域.

18. 在某次普通话测试中, 为测试汉字发音水平, 设置了 10 张卡片, 每张卡片印有一个汉字的拼音, 其中恰有 3 张卡片上的拼音带有后鼻音"g".
(1) 现对三位被测试者先后进行测试, 第一位被测试者从这 10 张卡片总随机抽取 1 张, 测试后放回, 余下 2 位的测试, 也按同样的方法进行. 求这三位被测试者抽取的卡片上, 拼音都带有后鼻音"g"的概率;
(2) 若某位被测试者从 10 张卡片中一次随机抽取 3 张, 求这三张卡片上, 拼音带有后鼻音"g"的卡片不少于 2 张的概率.

19. 如图, 在四棱锥 $O-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 四边长为 1 的菱形, $\angle ABC=\dfrac{\pi}{4}$. $OA\perp$ 底面 $ABCD$, $OA=2$, $M$ 为 $OA$ 的中点.
(1) 求异面直线 $AB$ 与 $MD$ 所成角的大小;
(2) 求点 $B$ 到平面 $OCD$ 的距离.



20. 设函数 $f(x)=\frac{a}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+(a+1)x+1$, 其中 $a$ 为实数.
(1) 已知函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处取得极值, 求 $a$ 的值;
(2) 已知不等式 $f'(x)>x^2-x-a+1$ 对任意 $a\in(0,+\infty)$ 都成立, 求实数 $x$ 的取值范围.

21. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=a$, $a_{n+1}=ca_n+1-c$, $n\in\mathbf{N}^*$, 其中 $a$, $c$ 为实数, 且 $c\neq 0$.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $a=\frac{1}{2}$, $c=\frac{1}{2}$, $b_n=n(1-a_n)$, $n\in\mathbf{N}^*$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$;
(3) 若 $0<a_n<1$ 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$ 成立, 证明 $0<c\leqslant 1$.

22. 设椭圆 $C$: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 其相应于焦点 $F(2,0)$ 的准线方程为 $x=4$.
(1) 求椭圆 $C$ 的方程;
(2) 已知过点 $F_1(-2,0)$ 倾斜角为 $\theta$ 的直线交椭圆 $C$ 于 $A$, $B$ 两点, 求证: $|AB|=\frac{4\sqrt{2}}{2-\cos^2\theta}$;
(3) 过点 $F_1(-2,0)$ 作两条互相垂直的直线分别交椭圆 $C$ 于 $A$, $B$ 和 $D$, $E$, 求 $|AB|+|DE|$ 的最小值.

# 2008 普通高等学校招生考试 (北京卷理)

## 一、选择题

1. 已知全集 $U=\mathbf{R}$, 集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$, $B=\{x|x<-1$ 或 $x>4\}$, 那么集合 $A\cap(\complement_U B)$ 等于 ( )

   (A) $\{x\mid -2\leqslant x<4\}$　(B) $\{x\mid x\leqslant 3$ 或 $x\geqslant 4\}$

   (C) $\{x\mid -2\leqslant x<-1\}$　(D) $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 3\}$

2. 若 $a=2^{0.5}$, $b=\log_\pi 3$, $c=\log_2\sin\dfrac{2\pi}{5}$, 则 ( )

   (A) $a>b>c$　(B) $b>a>c$　(C) $c>a>b$　(D) $b>c>a$

3. "函数 $f(x)$ $(x\in\mathbf{R})$ 存在反函数"是"函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上为增函数"的 ( )

   (A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

   (C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

4. 若点 $P$ 到直线 $x=-1$ 的距离比它到点 $(2,0)$ 的距离小 1, 则点 $P$ 的轨迹为 ( )

   (A) 圆　(B) 椭圆　(C) 双曲线　(D) 抛物线

5. 若实数 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases} x-y+1\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3^{x+2y}$ 的最小值是 ( )

   (A) 0　(B) 1　(C) $\sqrt{3}$　(D) 9

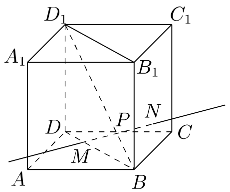
6. 已知数列 $\{a_n\}$ 对任意的 $p$, $q\in\mathbf{N}^*$ 满足 $a_{p+q}=a_p+a_q$, 且 $a_2=-6$, 那么 $a_{10}$ 等于 ( )

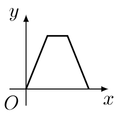
   (A) $-165$　(B) $-33$　(C) $-30$　(D) $-21$

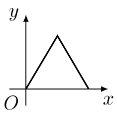
7. 过直线 $y=x$ 上的一点作圆 $(x-5)^2+(y-1)^2=2$ 的两条切线 $l_1$, $l_2$, 当直线 $l_1$, $l_2$ 关于 $y=x$ 对称时, 它们之间的夹角为 ( )

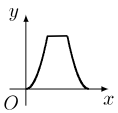
   (A) $30^\circ$　(B) $45^\circ$　(C) $60^\circ$　(D) $90^\circ$

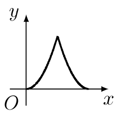
8. 如图, 动点 $P$ 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 $BD_1$ 上. 过点 $P$ 作垂直于平面 $BB_1D_1D$ 的直线, 与正方体表面相交于 $MN$. 设 $BP=x$, $MN=y$, 则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是 ( )




(A) 

(B) 

(C) 

(D) 

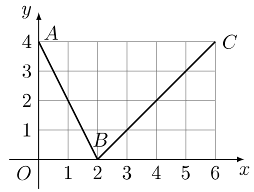

## 二、填空题

9. 已知 $(a-\mathrm{i})^2=2\mathrm{i}$, 其中 i 是虚数单位, 那么实数 $a=$______.

10. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120^\circ$, 且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=4$, 那么 $\boldsymbol{b}\cdot(2\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})$ 的值为______.

11. 若 $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$ 展开式的各项系数之和为 32, 则 $n=$______, 其展开式中的常数项为______. (用数字作答)

12. 如图, 函数 $f(x)$ 的图象是折线段 $ABC$, 其中 $A$, $B$, $C$ 的坐标分别为 $(0,4)$, $(2,0)$, $(6,4)$, 则 $f(f(0))=$______; $\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f(1+\Delta x)-f(1)}{\Delta x}=$______. (用数字作答)




13. 已知函数 $f(x)=x^2-\cos x$, 对于 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的任意 $x_1$, $x_2$, 有如下条件: ① $x_1>x_2$; ② $x_1^2>x_2^2$; ③ $|x_1|>x_2$. 其中能使 $f(x_1)>f(x_2)$ 恒成立的条件序号是______.

14. 某校数学课外小组在坐标纸上, 为学校的一块空地设计植树方案如下: 第 $k$ 棵树种植在点 $P_k(x_k,y_k)$ 处, 其中 $x_1=1$, $y_1=1$, 当 $k\geqslant 2$ 时,
$$\begin{cases} x_k=x_{k-1}+1-5\left[T\left(\dfrac{k-1}{5}\right)-T\left(\dfrac{k-2}{5}\right)\right],\\ y_k=y_{k-1}+T\left(\dfrac{k-1}{5}\right)-T\left(\dfrac{k-2}{5}\right).\end{cases}$$
$T(a)$ 表示非负实数 $a$ 的整数部分, 例如 $T(2.6)=2$, $T(0.2)=0$. 按此方案, 第 6 棵树种植点的坐标应为______; 第 2008 棵树种植点的坐标应为______.

## 三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\pi$.

    (1) 求 $\omega$ 的值;

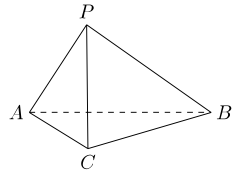
    (2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上的取值范围.

16. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AC=BC=2$, $\angle ACB=90^\circ$, $AP=BP=AB$, $PC\perp AC$.

    (1) 求证: $PC\perp AB$;

    (2) 求二面角 $B-AP-C$ 的大小;

    (3) 求点 $C$ 到平面 $APB$ 的距离.




17. 甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到 $A$, $B$, $C$, $D$ 四个不同的岗位服务, 每个岗位至少有一名志愿者.

    (1) 求甲、乙两人同时参加 $A$ 岗位服务的概率;

    (2) 求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率;

    (3) 设随机变量 $\xi$ 为这五名志愿者中参加 $A$ 岗位服务的人数, 求 $\xi$ 的分布列.

18. 已知函数 $f(x)=\dfrac{2x-b}{(x-1)^2}$, 求导函数 $f'(x)$, 并确定 $f(x)$ 的单调区间.

19. 已知菱形 $ABCD$ 的顶点 $A$, $C$ 在椭圆 $x^2+3y^2=4$ 上, 对角线 $BD$ 所在直线的斜率为 1.
(1) 当直线 $BD$ 过点 $(0,1)$ 时, 求直线 $AC$ 的方程;
(2) 当 $\angle ABC=60^\circ$ 时, 求菱形 $ABCD$ 面积的最大值.

20. 对于每项均是正整数的数列 $A$: $a_1$, $a_2$, $\cdots$, $a_n$, 定义变换 $T_1$, $T_1$ 将数列 $A$ 变换成数列 $T_1(A)$: $n$, $a_1-1$, $a_2-1$, $\cdots$, $a_n-1$. 对于每项均是非负整数的数列 $B$: $b_1$, $b_2$, $\cdots$, $b_m$, 定义变换 $T_2$, $T_2$ 将数列 $B$ 各项从大到小排列, 然后去掉所有为零的项, 得到数列 $T_2(B)$; 又定义 $S(B)=2(b_1+2b_2+\cdots+mb_m)+b_1^2+b_2^2+\cdots+b_m^2$. 设 $A_0$ 是每项均为正整数的有穷数列, 令 $A_{k+1}=T_2(T_1(A_k))$ $(k=0,1,2,\cdots)$.
(1) 如果数列 $A_0$ 为 5,3,2, 写出数列 $A_1$, $A_2$;
(2) 对于每项均是正整数的有穷数列 $A$, 证明 $S(T_1(A))=S(A)$;
(3) 证明: 对于任意给定的每项均为正整数的有穷数列 $A_0$, 存在正整数 $K$, 当 $k\geqslant K$ 时, $S(A_{k+1})=S(A_k)$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (北京卷文)

## 一、选择题

1. 若集合 $A=\{x\mid -2\leqslant x\leqslant 3\}$, $B=\{x\mid x<-1$ 或 $x>4\}$, 则集合 $A\cap B$ 等于 ( )

(A) $\{x\mid x\leqslant 3$ 或 $x>4\}$　(B) $\{x\mid -1<x\leqslant 3\}$
(C) $\{x\mid 3\leqslant x<4\}$　(D) $\{x\mid -2\leqslant x<-1\}$

2. 若 $a=\log_3\pi$<$b=\log_7 6$, $c=\log_2 0.8$, 则 ( )

(A) $a>b>c$　(B) $b>a>c$　(C) $c>a>b$　(D) $b>c>a$

3. "双曲线的方程为 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$"是"双曲线的准线方程为 $x=\pm\dfrac{9}{5}$"的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件
(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

4. 已知 $\triangle ABC$ 中, $a=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{3}$, $B=60^\circ$, 那么角 $A$ 等于 ( )

(A) $135^\circ$　(B) $90^\circ$　(C) $45^\circ$　(D) $30^\circ$

5. 函数 $f(x)=(x-1)^2+1\ (x<1)$ 的反函数为 ( )

(A) $f^{-1}(x)=1+\sqrt{x-1}\ (x>1)$　(B) $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}\ (x>1)$
(C) $f^{-1}(x)=1+\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 1)$　(D) $f^{-1}(x)=1-\sqrt{x-1}\ (x\geqslant 1)$

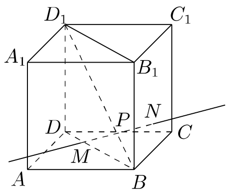
6. 若实数 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases}x-y+1\geqslant 0,\\ x+y\geqslant 0,\\ x\leqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=x+2y$ 的最小值是 ( )

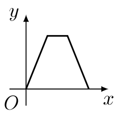
(A) 0　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) 1　(D) 2

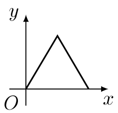
7. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_2=6$, $a_5=15$, 若 $b_n=a_{2n}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 5 项和等于 ( )

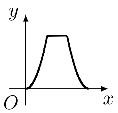
(A) 30　(B) 45　(C) 90　(D) 186

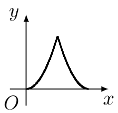
8. 如图, 动点 $P$ 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 $BD_1$ 上. 过点 $P$ 作垂直于平面 $BB_1D_1D$ 的直线, 与正方体表面相交于 $MN$. 设 $BP=x$, $MN=y$, 则函数 $y=f(x)$ 的图象大致是 ( )




(A) 

(B) 

(C) 

(D) 


## 二、填空题

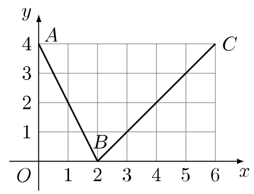
9. 若角 $\alpha$ 的终边经过点 $P(1,-2)$, 则 $\tan 2\alpha$ 的值为______.

10. 不等式 $\dfrac{x-1}{x+2}>1$ 的解集是______.

11. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120^\circ$, 且 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=4$, 那么 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 的值为______.

12. $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^5$ 的展开式中常数项为______; 各项系数之和为______. (用数字作答)

13. 如图, 函数 $f(x)$ 的图象是折线段 $ABC$, 其中 $A$, $B$, $C$ 的坐标分别为 $(0,4)$, $(2,0)$, $(6,4)$, 则 $f(f(0))=$______; 函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的导数 $f'(1)=$______.




14. 已知函数 $f(x)=x^2-\cos x$, 对于 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的任意 $x_1$, $x_2$, 有如下条件: ① $x_1>x_2$; ② $x_1^2>x_2^2$; ③ $|x_1|>x_2$. 其中能使 $f(x_1)>f(x_2)$ 恒成立的条件序号是______. $T(a)$ 表示非负实数 $a$ 的整数部分, 例如 $T(2.6)=2$, $T(0.2)=0$. 按此方案, 第 6 棵树种植点的坐标应为______; 第 2008 棵树种植点的坐标应为______.

## 三、解答题

15. 已知函数 $f(x)=\sin^2\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x\sin\left(\omega x+\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 $\pi$.

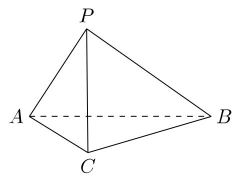
(1) 求 $\omega$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $\left[0,\dfrac{2\pi}{3}\right]$ 上的取值范围.

16. 如图, 在三棱锥 $P-ABC$ 中, $AC=BC=2$, $\angle ACB=90^\circ$, $AP=BP=AB$, $PC\perp AC$.

(1) 求证: $PC\perp AB$;

(2) 求二面角 $B-AP-C$ 的大小.




17. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+3bx+c\ (b\neq 0)$, 且 $g(x)=f(x)-2$ 是奇函数.

(1) 求 $a$, $c$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间.

18. 甲、乙等五名奥运志愿者被随机地分到 $A, B, C, D$ 四个不同的岗位服务, 每个岗位至少有一名志愿者.
(1) 求甲、乙两人同时参加 $A$ 岗位服务的概率;
(2) 求甲、乙两人不在同一个岗位服务的概率.

19. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A, B$ 在椭圆 $x^2+3y^2=4$ 上, $C$ 在直线 $l$: $y=x+2$ 上, 且 $AB \parallel l$.
(1) 当 $AB$ 边通过坐标原点 $O$ 时, 求 $AB$ 的长及 $\triangle ABC$ 的面积;
(2) 当 $\angle ABC=90^\circ$, 且斜边 $AC$ 的长最大时, 求 $AB$ 所在直线的方程.

20. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n$ $(n=1,2,\cdots)$, $\lambda$ 是常数.
(1) 当 $a_2=-1$ 时, 求 $\lambda$ 及 $a_1$ 的值;
(2) 数列 $\{a_n\}$ 是否可能为等差数列? 若可能, 求出它的通项公式; 若不可能, 说明理由;
(3) 求 $\lambda$ 的取值范围, 使得存在正整数 $m$, 当 $n>m$ 时总有 $a_n<0$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (重庆卷理)

## 一、选择题

1. 复数 $1+\dfrac{2}{\mathrm{i}^3}=$ ( )

(A) $1+2\mathrm{i}$ (B) $1-2\mathrm{i}$ (C) $-1$ (D) $3$

2. 设 $m$, $n$ 是整数, 则"$m$, $n$ 均为偶数"是"$m+n$ 是偶数"的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 圆 $O_1$: $x^2+y^2-2x=0$ 和圆 $O_2$: $x^2+y^2-4y=0$ 的位置关系是 ( )

(A) 相离 (B) 相交 (C) 外切 (D) 内切

4. 已知函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x+3}$ 的最大值为 $M$, 最小值为 $m$, 则 $\dfrac{m}{M}$ 的值为 ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

5. 已知随机变量 $\xi$ 服从正态分布 $N(3,\sigma^2)$, 则 $P(\xi<3)=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{5}$ (B) $\dfrac{1}{4}$ (C) $\dfrac{1}{3}$ (D) $\dfrac{1}{2}$

6. 若定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x_1$, $x_2\in\mathbf{R}$ 有 $f(x_1+x_2)=f(x_1)+f(x_2)+1$, 则下列说法一定正确的是 ( )

(A) $f(x)$ 为奇函数 (B) $f(x)$ 为偶函数

(C) $f(x)+1$ 为奇函数 (D) $f(x)+1$ 为偶函数

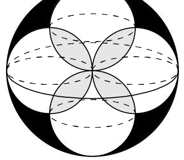
7. 若过两点 $P_1(-1,2)$, $P_2(5,6)$ 的直线与 $x$ 轴相交于点 $P$, 则点 $P$ 分有向线段 $\overrightarrow{P_1P_2}$ 所成的比 $\lambda$ 的值为 ( )

(A) $-\dfrac{1}{3}$ (B) $-\dfrac{1}{5}$ (C) $\dfrac{1}{5}$ (D) $\dfrac{1}{3}$

8. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的一条渐近线为 $y=kx$ $(k>0)$, 离心率 $e=\sqrt{5}k$, 则双曲线方程为 ( )

(A) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{4a^2}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{5a^2}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{4b^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{5b^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$

9. 如图, 体积为 $V$ 的大球内有 4 个小球, 每个小球的球面过大球球心且与大球球面有且只有一个交点,4 个小球的球心是以大球球心为中心的正方形的 4 个顶点. $V_1$ 为小球相交部分 (图中阴影部分) 的体积, $V_2$ 为大球内、小球外的图中黑色部分的体积, 则下列关系中正确的是 ( )



(A) $V_1>\dfrac{V}{2}$ (B) $V_2<\dfrac{V}{2}$ (C) $V_1>V_2$ (D) $V_1<V_2$

10. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x-1}{\sqrt{3-2\cos x-2\sin x}}$ 的值域是 ( )

(A) $\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2},0\right]$ (B) $[-1,0]$ (C) $[-\sqrt{2},0]$ (D) $[-\sqrt{3},0]$

## 二、填空题

11. 设集合 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, $A=\{2,\ 4\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$, $C=\{3,\ 4\}$, 则 $(A\cup B)\cap(\complement_U C)=$______.

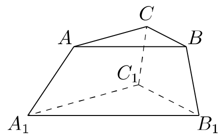
12. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}2x+3 & (\text{当}x\neq 0\text{时})\\ a & (\text{当}x=0\text{时})\end{cases}$ 在点 $x=0$ 处连续, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{an^2+1}{a^2n^2+n}=$______.

13. 已知 $a^{\frac{2}{3}}=\dfrac{4}{9}$ $(a>0)$, 则 $\log_{\frac{2}{3}}a=$______.

14. 设 $S_n$ 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和, $a_{12}=-8$, $S_9=-9$, 则 $S_{16}=$______.

15. 直线 $l$ 与圆 $x^2+y^2+2x-4y+a=0$ $(a<3)$ 相交于两点 $A$, $B$, 弦 $AB$ 的中点为 $(0,1)$, 则直线 $l$ 的方程为______.

16. 某人有 4 种颜色的灯泡 (每种颜色的灯泡足够多), 要在如图所示的 6 个点 $A$、$B$、$C$、$A_1$、$B_1$、$C_1$ 上各装一个灯泡, 要求同一条线段两端的灯泡不同色, 则每种颜色的灯泡都至少用一个的安装方法共有______种. (用数字作答)




## 三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 的对边分别为 $a$, $b$, $c$, 且 $A=60^\circ$, $c=3b$. 求:

(1) $\dfrac{a}{c}$ 的值;

(2) $\cot B+\cot C$ 的值.

18. 甲、乙、丙三人按下面的规则进行乒乓球比赛: 第一局由甲、乙参加而丙轮空, 以后每一局由前一局的获胜者与轮空者进行比赛, 而前一局的失败者轮空. 比赛按这种规则一直进行到其中一人连胜两局或打满 6 局时停止. 设在每局中参赛者胜负的概率均为 $\dfrac{1}{2}$, 且各局胜负相互独立. 求:

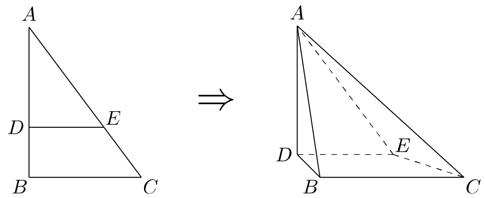
(1) 打满 3 局比赛还未停止的概率;

(2) 比赛停止时已打局数 $\xi$ 的分别列与期望 $E\xi$.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $B=90^\circ$, $AC=\dfrac{15}{2}$, $D$、$E$ 两点分别在 $AB$、$AC$ 上, 使 $\dfrac{AD}{DB}=\dfrac{AE}{EC}=2$, $DE=3$. 现将 $\triangle ABC$ 沿 $DE$ 折成直二角角, 求:

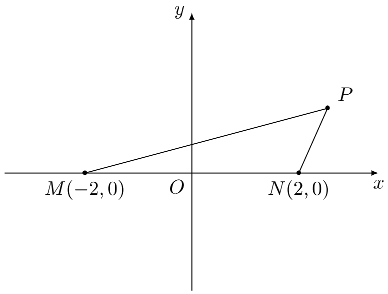
(1) 异面直线 $AD$ 与 $BC$ 的距离;

(2) 二面角 $A-EC-B$ 的大小 (用反三角函数表示).



20. 设函数 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$, 曲线 $y=f(x)$ 通过点 $(0,2a+3)$, 且在点 $(-1,f(-1))$ 处的切线垂直于 $y$ 轴.
(1) 用 $a$ 分别表示 $b$ 和 $c$;
(2) 当 $bc$ 取得最小值时, 求函数 $g(x)=-f(x)\mathrm{e}^{-x}$ 的单调区间.

21. 如图, $M(-2,0)$ 和 $N(2,0)$ 是平面上的两点, 动点 $P$ 满足: $|PM|+|PN|=6$.
(1) 求点 $P$ 的轨迹方程;
(2) 若 $|PM|\cdot|PN|=\dfrac{2}{1-\cos MPN}$, 求点 $P$ 的坐标.




22. 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=2$, $a_n=a_{n+1}^{\frac{3}{2}}a_{n+2}\ (n\in\mathbf{N}^*)$.
(1) 若 $a_2=\dfrac{1}{4}$, 求 $a_3$, $a_4$, 并猜想 $a_{2008}$ 的值 (不需证明);
(2) 记 $b_n=a_1a_2\cdots a_n\ (n\in\mathbf{N}^*)$, 若 $b_n\geqslant 2\sqrt{2}$ 对 $n\geqslant 2$ 恒成立, 求 $a_2$ 的值及数列 $\{b_n\}$ 的通项公式.

# 2008 普通高等学校招生考试 (重庆卷文)

## 一、选择题

1. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_2+a_8=12$, 则 $a_5$ 等于 ( )

(A) 4　(B) 5　(C) 6　(D) 7

2. 设 $x$ 是实数, 则"$x>0$"是"$|x|>0$"的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件
(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 曲线 $C$: $\begin{cases} x=\cos\theta-1, \\ y=\sin\theta+1, \end{cases}$ ($\theta$ 为参数) 的普通方程为 ( )

(A) $(x-1)^2+(y+1)^2=1$　(B) $(x+1)^2+(y+1)^2=1$
(C) $(x+1)^2+(y-1)^2=1$　(D) $(x-1)^2+(y-1)^2=1$

4. 若点 $P$ 分有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 所成的比为 $-\dfrac{1}{3}$, 则点 $B$ 分有向线段 $\overrightarrow{PA}$ 所成的比是 ( )

(A) $-\dfrac{3}{2}$　(B) $-\dfrac{1}{2}$　(C) $\dfrac{1}{2}$　(D) 3

5. 某交高三年级有男生 500 人, 女生 400 人. 为了解该年级学生的健康情况, 从男生中任意抽取 25 人, 从女生中任意抽取 20 人进行调查. 这种抽样方法是 ( )

(A) 简单随机抽样法　(B) 抽签法
(C) 随机数表法　(D) 分层抽样法

6. 函数 $y=10^{x^2-1}$ $(0<x\leqslant 1)$ 的反函数是 ( )

(A) $y=-\sqrt{1+\lg x}\left(x>\dfrac{1}{10}\right)$　(B) $y=\sqrt{1+\lg x}\left(x>\dfrac{1}{10}\right)$
(C) $y=-\sqrt{1+\lg x}\left(\dfrac{1}{10}<x\leqslant 1\right)$　(D) $y=\sqrt{1+\lg x}\left(\dfrac{1}{10}<x\leqslant 1\right)$

7. 函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$ 的最大值为 ( )

(A) $\dfrac{2}{5}$　(B) $\dfrac{1}{2}$　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　(D) 1

8. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{3}-\dfrac{16y^2}{p^2}=1$ 的左焦点在抛物线 $y^2=2px$ 的准线上, 则 $p$ 的值为 ( )

(A) 2　(B) 3　(C) 4　(D) $4\sqrt{2}$

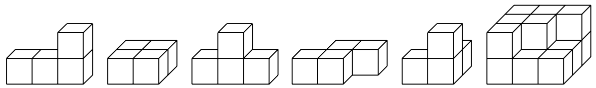
9. 从编号为 $1, 2, \cdots, 10$ 的 10 个大小相同的球中任取 4 个, 则所取 4 个球的最大号码是 6 的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{84}$　(B) $\dfrac{1}{21}$　(C) $\dfrac{2}{5}$　(D) $\dfrac{3}{5}$

10. 若 $\left(x+\dfrac{1}{2x}\right)^n$ 的展开式中前三项的系数成等差数, 则展开式中 $x^4$ 项的系数为 ( )

(A) 6　(B) 7　(C) 8　(D) 9

11. 如图, 模块① ~ ⑤均由 4 个棱长为 1 的小正方体构成, 模块⑥由 15 个棱长为 1 的小正方体构成. 现从模块① ~ ⑤中选出三个放到模块⑥上, 使得模块⑥成为一个棱长为 3 的大正方体. 则下列选择方案中, 能够完成任务的为 ( )



模块①　模块②　模块③　模块④　模块⑤　模块⑥

(A) 模块①②⑤　(B) 模块①③⑤　(C) 模块②④⑥　(D) 模块③④⑤

12. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sqrt{5+4\cos x}}$ $(0\leqslant x\leqslant 2\pi)$ 的值域是 ( )

(A) $\left[-\dfrac{1}{4},\dfrac{1}{4}\right]$　(B) $\left[-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{3}\right]$　(C) $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right]$　(D) $\left[-\dfrac{2}{3},\dfrac{2}{3}\right]$

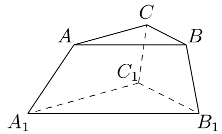
## 二、填空题

13. 设集合 $U=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A=\{2, 3, 4\}$, $B=\{4, 5\}$, 则 $A\cap(\complement_U B)=$______.

14. 若 $x>0$, 则 $\left(2x^{\frac{1}{4}}+3^{\frac{3}{2}}\right)\left(2x^{\frac{1}{4}}-3^{\frac{3}{2}}\right)-4x^{-\frac{1}{2}}\left(x-x^{\frac{1}{2}}\right)=$______.

15. 已知圆 $C$: $x^2+y^2+2x+ay-3=0$ ($a$ 为实数) 上任意一点关于直线 $l$: $x-y+2=0$ 的对称点都在圆 $C$ 上, 则 $a=$______.

16. 某人有 3 种颜色的灯泡 (每种颜色的灯泡足够多), 要在如图所示的 6 个点 $A$、$B$、$C$、$A_1$、$B_1$、$C_1$ 上各装一个灯泡, 要求同一条线段两端的灯泡不同色, 则不同的安装方法共有______种. (用数字作答)



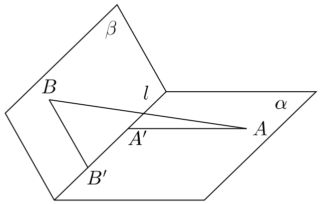

## 三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A, B, C$ 的对边分别为 $a, b, c$. 已知 $b^2+c^2=a^2+\sqrt{3}bc$, 求:
(1) $A$ 的大小;
(2) $2\sin B\cos C-\sin(B-C)$ 的值.

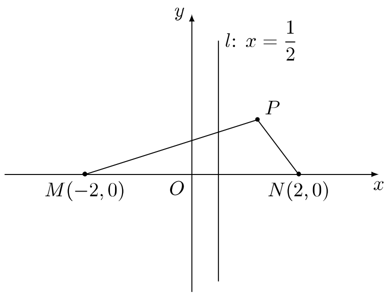
18. 在每道单项选择题给出的 4 个备选答案中, 只有一个是正确的. 若对 4 道选择题中的每一道都任意选定一个答案, 求这 4 道题中:
(1) 恰有两道题答对的概率;
(2) 至少答对一道题的概率.

19. 设函数 $f(x)=x^3+ax^2-9x-1$ $(a<0)$. 若曲线 $y=f(x)$ 的斜率最小的切线与直线 $12x+y=6$ 平行, 求:
(1) $a$ 的值;
(2) 函数 $f(x)$ 的单调区间.

20. 如图, $\alpha$ 和 $\beta$ 为平面, $\alpha \cap \beta = l$, $A \in \alpha$, $B \in \beta$, $AB = 5$, $A$, $B$ 在棱 $l$ 上的射影分别为 $A'$, $B'$, $AA' = 3$, $BB' = 2$. 若二面角 $\alpha - l - \beta$ 的大小为 $\dfrac{2\pi}{3}$, 求:
(1) 点 $B$ 到平面 $\alpha$ 的距离;
(2) 异面直线 $l$ 与 $AB$ 所成的角. (用反三角函数表示)




21. 如图, $M(-2,0)$ 和 $N(2,0)$ 是平面上的两点, 动点 $P$ 满足: $||PM|-|PN|| = 2$.
(1) 求点 $P$ 的轨迹方程;
(2) 设 $d$ 为点 $P$ 到直线 $l$: $x = \dfrac{1}{2}$ 的距离, 若 $|PM| = 2|PN|^2$, 求 $\dfrac{|PM|}{d}$ 的值.




22. 设各项均为正数的数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2$, $a_n = a_{n+1}^{\frac{3}{2}} a_{n+2}$ $(n \in \mathbf{N}^*)$.
(1) 若 $a_2 = \dfrac{1}{4}$, 求 $a_3$, $a_4$, 并猜想 $a_{2008}$ 的值 (不需证明);
(2) 若 $2\sqrt{2} \leqslant a_1 a_2 \cdots a_n < 4$ 对 $n \geqslant 2$ 恒成立, 求 $a_2$ 的值.

# 2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 理)

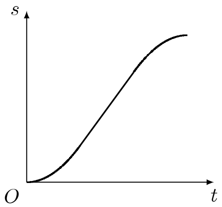
## 一、选择题

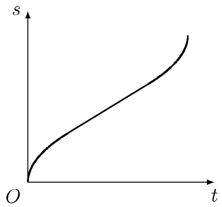
1. 函数 $y=\sqrt{x(x-1)}+\sqrt{x}$ 的定义域为 ( )

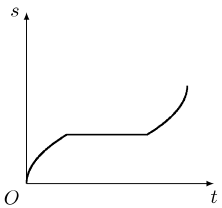
(A) $\{x\mid x\geqslant 0\}$　(B) $\{x\mid x\geqslant 1\}$

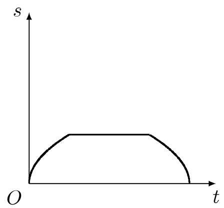
(C) $\{x\mid x\geqslant 1\}\cup\{0\}$　(D) $\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

2. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车, 若把这一过程中汽车的行驶路程 $s$ 看作时间 $t$ 的函数, 其图象可能是 ( )

(A)



(B)



(C)



(D)



3. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 若点 $D$ 满足 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD}=$( )

(A) $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}+\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(B) $\frac{5}{3}\boldsymbol{c}-\frac{2}{3}\boldsymbol{b}$　(C) $\frac{2}{3}\boldsymbol{b}-\frac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(D) $\frac{1}{3}\boldsymbol{b}+\frac{2}{3}\boldsymbol{c}$

4. 设 $a\in\mathbf{R}$, 且 $(a+\mathrm{i})^2\mathrm{i}$ 为正实数, 则 $a=$ ( )

(A) 2　(B) 1　(C) 0　(D) $-1$

5. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_2+a_4=4$, $a_3+a_5=10$, 则它的前 10 项的和 $S_{10}=$ ( )

(A) 138　(B) 135　(C) 95　(D) 23

6. 若函数 $y=f(x-1)$ 的图象与函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(x)=$ ( )

(A) $\mathrm{e}^{2x-1}$　(B) $\mathrm{e}^{2x}$　(C) $\mathrm{e}^{2x+1}$　(D) $\mathrm{e}^{2x+2}$

7. 设曲线 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ 在点 $(3,2)$ 处的切线与直线 $ax+y+1=0$ 垂直, 则 $a=$ ( )

(A) 2　(B) $\frac{1}{2}$　(C) $-\frac{1}{2}$　(D) $-2$

8. 为得到函数 $y=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y=\sin 2x$ 的图象 ( )

(A) 向左平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位　(B) 向右平移 $\frac{5\pi}{12}$ 个长度单位

(C) 向左平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位　(D) 向右平移 $\frac{5\pi}{6}$ 个长度单位

9. 设奇函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为增函数, 且 $f(1)=0$, 则不等式 $\dfrac{f(x)-f(-x)}{x}<0$ 的解集为 ( )

(A) $(-1,0)\cup(1,+\infty)$　(B) $(-\infty,-1)\cup(0,1)$

(C) $(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　(D) $(-1,0)\cup(0,1)$

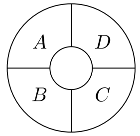
10. 若直线 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 通过点 $M(\cos\alpha,\sin\alpha)$, 则 ( )

(A) $a^2+b^2\leqslant 1$　(B) $a^2+b^2\geqslant 1$　(C) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\leqslant 1$　(D) $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\geqslant 1$

11. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, $A_1$ 在底面 $ABC$ 内的射影为 $\triangle ABC$ 的中心, 则 $AB_1$ 与底面 $ABC$ 所成角的正弦值等于 ( )

(A) $\frac{1}{3}$　(B) $\frac{\sqrt{2}}{3}$　(C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\frac{2}{3}$

12. 如图, 一环形花坛分成 $A$、$B$、$C$、$D$ 四块, 现有 4 种不同的花供选种, 要求在每块里种 1 种花, 且相邻的 2 块种不同的花, 则不同的种法总数为 ( )




(A) 96　(B) 84　(C) 60　(D) 48

## 二、填空题

13. 若 $x$, $y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 0,\\ x-y+3\geqslant 0,\\ 0\leqslant x\leqslant 3,\end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为______.

14. 已知抛物线 $y=ax^2-1$ 的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC$, $\cos B=-\dfrac{7}{18}$. 若以 $A$、$B$ 为焦点的椭圆经过点 $C$, 则该椭圆的离心率 $e=$______.

16. 等边三角形 $ABC$ 与正方形 $ABDE$ 有一公共边 $AB$, 二面角 $C-AB-D$ 的余弦值为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $M$、$N$ 分别是 $AC$、$BC$ 的中点, 则 $EM$、$AN$ 所成角的余弦值等于______.

## 三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A$、$B$、$C$ 所对的边长分别为 $a$、$b$、$c$, 且 $a\cos B-b\cos A=\dfrac{3}{5}c$.

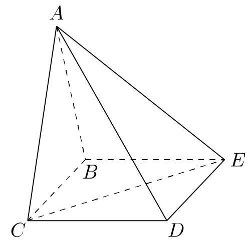
(1) 求 $\tan A\cot B$ 的值;

(2) 求 $\tan(A-B)$ 的最大值.

18. 四棱锥 $A-BCDE$ 中, 底面 $BCDE$ 为矩形, 侧面 $ABC\perp$ 底面 $BCDE$, $BC=2$, $CD=\sqrt{2}$, $AB=AC$.

(1) 证明: $AD\perp CE$;

(2) 设 $CE$ 与平面 $ABE$ 所成的角为 $45^\circ$, 求二面角 $C-AD-E$ 的大小.



19. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$, $a\in\mathbf{R}$.
(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 设函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$ 内是减函数, 求 $a$ 的取值范围.

20. 已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:
方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.
方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.
(1) 求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率;
(2) $\xi$ 表示依方案乙所需化验次数, 求 $\xi$ 的期望.

21. 双曲线的中心为原点 $O$, 焦点在 $x$ 轴上, 两条渐近线分别为 $l_1$, $l_2$, 经过右焦点 $F$ 垂直于 $l_1$ 的直线分别交 $l_1$, $l_2$ 于 $A$, $B$ 两点. 已知 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$、$\left|\overrightarrow{AB}\right|$、$\left|\overrightarrow{OB}\right|$ 成等差数列, 且 $\overrightarrow{BF}$ 与 $\overrightarrow{FA}$ 同向.
(1) 求双曲线的离心率;
(2) 设 $AB$ 被双曲线所截得的线段的长为 4, 求双曲线的方程.

22. 设函数 $f(x)=x-x\ln x$. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $0<a_1<1$, $a_{n+1}=f(a_n)$.
(1) 证明: 函数 $f(x)$ 在区间 $(0,1)$ 是增函数;
(2) 证明: $a_n<a_{n+1}<1$;
(3) 设 $b\in(a_1,1)$, 整数 $k\geqslant\frac{a_1-b}{a_1\ln b}$. 证明: $a_{k+1}>b$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 I 文)

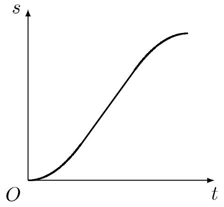
## 一、选择题

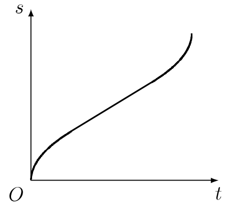
1. 函数 $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{x}$ 的定义域为 ( )

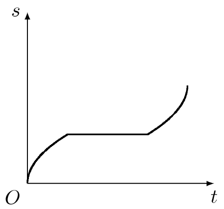
(A) $\{x \mid x \leqslant 1\}$　(B) $\{x \mid x \geqslant 0\}$

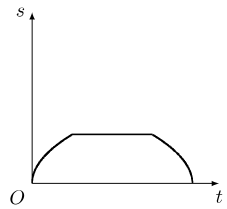
(C) $\{x \mid x \geqslant 1$ 或 $x \leqslant 0\}$　(D) $\{x \mid 0 \leqslant x \leqslant 1\}$

2. 汽车经过启动、加速行驶、匀速行驶、减速行驶之后停车, 若把这一过程中汽车的行驶路程 $s$ 看作时间 $t$ 的函数, 其图象可能是 ( )

(A) 


(B) 


(C) 


(D) 


3. $\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^5$ 的展开式中 $x^2$ 的系数为 ( )

(A) 10　(B) 5　(C) $\dfrac{5}{2}$　(D) 1

4. 曲线 $y=x^3-2x+4$ 在点 $(1,3)$ 处的切线的倾斜角为 ( )

(A) $30°$　(B) $45°$　(C) $60°$　(D) $120°$

5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}$, $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$. 若点 $D$ 满足 $\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$, 则 $\overrightarrow{AD}=$( )

(A) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(B) $\dfrac{5}{3}\boldsymbol{c}-\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$　(C) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}-\dfrac{1}{3}\boldsymbol{c}$　(D) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}+\dfrac{2}{3}\boldsymbol{c}$

6. $y=(\sin x-\cos x)^2-1$ 是 ( )

(A) 最小正周期为 $2\pi$ 的偶函数　(B) 最小正周期为 $2\pi$ 的奇函数

(C) 最小正周期为 $\pi$ 的偶函数　(D) 最小正周期为 $\pi$ 的奇函数

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1+a_2=3$, $a_2+a_3=6$, 则 $a_7=$ ( )

(A) 64　(B) 81　(C) 128　(D) 243

8. 若函数 $y=f(x)$ 的图象与函数 $y=\ln\sqrt{x}+1$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称, 则 $f(x)=$ ( )

(A) $\mathrm{e}^{2x-2}$　(B) $\mathrm{e}^{2x}$　(C) $\mathrm{e}^{2x+1}$　(D) $\mathrm{e}^{2x+2}$

9. 为得到函数 $y=\cos\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y=\sin x$ 的图象 ( )

(A) 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度单位　(B) 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个长度单位

(C) 向左平移 $\dfrac{5\pi}{6}$ 个长度单位　(D) 向右平移 $\dfrac{5\pi}{6}$ 个长度单位

10. 若直线 $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 有公共点, 则 ( )

(A) $a^2+b^2 \leqslant 1$　(B) $a^2+b^2 \geqslant 1$　(C) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2} \leqslant 1$　(D) $\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2} \geqslant 1$

11. 已知三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 的侧棱与底面边长都相等, $A_1$ 在底面 $ABC$ 内的射影为 $\triangle ABC$ 的中心, 则 $AB_1$ 与底面 $ABC$ 所成角的正弦值等于 ( )

(A) $\dfrac{1}{3}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(D) $\dfrac{2}{3}$

12. 将 1, 2, 3 填入 $3\times 3$ 的方格中, 要求每行、每列都没有重复数字, 下面是一种填法, 则不同的填写方法共有 ( )

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 3 | 1 | 2 |
| 2 | 3 | 1 |

(A) 6 种　(B) 12 种　(C) 24 种　(D) 48 种

## 二、填空题

13. 若 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geqslant 0, \\ x-y+3 \geqslant 0, \\ 0 \leqslant x \leqslant 3, \end{cases}$ 则 $z=2x-y$ 的最大值为______.

14. 已知抛物线 $y=ax^2-1$ 的焦点是坐标原点, 则以抛物线与两坐标轴的三个交点为顶点的三角形面积为______.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90°$, $\tan B=\dfrac{3}{4}$. 若以 $A$、$B$ 为焦点的椭圆经过点 $C$, 则该椭圆的离心率 $e=$______.

16. 已知菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle A=120°$, 沿对角线 $BD$ 将 $\triangle ABD$ 折起, 使二面角 $A-BD-C$ 为 $120°$, 则点 $A$ 到 $\triangle BCD$ 所在平面的距离等于______.

## 三、解答题

17. 设 $\triangle ABC$ 的内角 $A$、$B$、$C$ 所对的边长分别为 $a$、$b$、$c$, 且 $a\cos B=3$, $b\sin A=4$.

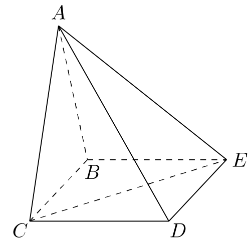
(1) 求边长 $a$;

(2) 若 $\triangle ABC$ 的面积 $S=10$, 求 $\triangle ABC$ 的周长 $l$.

18. 四棱锥 $A-BCDE$ 中, 底面 $BCDE$ 为矩形, 侧面 $ABC \perp$ 底面 $BCDE$, $BC=2$, $CD=\sqrt{2}$, $AB=AC$.

(1) 证明: $AD \perp CE$;

(2) 设侧面 $ABC$ 为等边三角形, 求二面角 $C-AD-E$ 的大小.




19. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}=2a_n+2^n$.

(1) 设 $b_n=\dfrac{a_n}{2^{n-1}}$. 证明: 数列 $\{b_n\}$ 是等差数列;

(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

20. 已知 5 只动物中有 1 只患有某种疾病, 需要通过化验血液来确定患病的动物. 血液化验结果呈阳性的即为患病动物, 呈阴性即没患病. 下面是两种化验方案:

方案甲: 逐个化验, 直到能确定患病动物为止.

方案乙: 先任取 3 只, 将它们的血液混在一起化验. 若结果呈阳性则表明患病动物为这 3 只中的 1 只, 然后再逐个化验, 直到能确定患病动物为止; 若结果呈阴性则在另外 2 只中任取 1 只化验.

求依方案甲所需化验次数不少于依方案乙所需化验次数的概率.

21. 已知函数 $f(x)=x^3+ax^2+x+1$, $a\in\mathbf{R}$.

(1) 讨论函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设函数 $f(x)$ 在区间 $\left(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3}\right)$ 内是减函数, 求 $a$ 的取值范围.

22. 双曲线的中心为原点 $O$, 焦点在 $x$ 轴上, 两条渐近线分别为 $l_1$, $l_2$, 经过右焦点 $F$ 垂直于 $l_1$ 的直线分别交 $l_1$, $l_2$ 于 $A$, $B$ 两点. 已知 $\left|\overrightarrow{OA}\right|$、$\left|\overrightarrow{AB}\right|$、$\left|\overrightarrow{OB}\right|$ 成等差数列, 且 $\overrightarrow{BF}$ 与 $\overrightarrow{FA}$ 同向.

(1) 求双曲线的离心率;

(2) 设 $AB$ 被双曲线所截得的线段的长为 4, 求双曲线的方程.

# 2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 II 理)

## 一、选择题

1. 设集合 $M=\{m\in\mathbf{Z}\mid -3<m<2\}$, $N=\{n\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant n\leqslant 3\}$, 则 $M\cap N=$ ( )
(A) $\{0,\ 1\}$ (B) $\{-1,\ 0,\ 1\}$ (C) $\{0,\ 1,\ 2\}$ (D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

2. 设 $a,b\in\mathbf{R}$ 且 $b\neq 0$, 若复数 $(a+b\mathrm{i})^3$ 是实数, 则 ( )
(A) $b^2=3a^2$ (B) $a^2=3b^2$ (C) $b^2=9a^2$ (D) $a^2=9b^2$

3. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$ 的图象关于 ( )
(A) $y$ 轴对称 (B) 直线 $y=-x$ 对称
(C) 坐标原点对称 (D) 直线 $y=x$ 对称

4. 若 $x\in(\mathrm{e}^{-1},1)$, $a=\ln x$, $b=2\ln x$, $c=\ln^3 x$, 则 ( )
(A) $a<b<c$ (B) $c<a<b$ (C) $b<a<c$ (D) $b<c<a$

5. 设变量 $x,y$ 满足约束条件: $\begin{cases}y\geqslant x,\\ x+2y\leqslant 2,\\ x\geqslant -2,\end{cases}$ 则 $z=x-3y$ 的最小值 ( )
(A) $-2$ (B) $-4$ (C) $-6$ (D) $-8$

6. 从 20 名男同学,10 名女同学中任选 3 名参加体能测试, 则选到的 3 名同学中既有男同学又有女同学的概率为 ( )
(A) $\dfrac{9}{29}$ (B) $\dfrac{10}{29}$ (C) $\dfrac{19}{29}$ (D) $\dfrac{20}{29}$

7. $(1-\sqrt{x})^6(1+\sqrt{x})^4$ 的展开式中 $x$ 的系数是 ( )
(A) $-4$ (B) $-3$ (C) 3 (D) 4

8. 若动直线 $x=a$ 与函数 $f(x)=\sin x$ 和 $g(x)=\cos x$ 的图象分别交于 $M$、$N$ 两点, 则 $|MN|$ 的最大值为 ( )
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

9. 设 $a>1$, 则双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{(a+1)^2}=1$ 的离心率 $e$ 的取值范围是 ( )
(A) $(\sqrt{2},2)$ (B) $(\sqrt{2},\sqrt{5})$ (C) $(2,5)$ (D) $(2,\sqrt{5})$

10. 已知正四棱锥 $S-ABCD$ 的侧棱长与底面边长都相等, $E$ 是 $SB$ 的中点, 则 $AESD$ 所成的角的余弦值为 ( )
(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\dfrac{2}{3}$

11. 等腰三角形两腰所在直线的方程分别为 $x+y-2=0$ 与 $x-7y-4=0$, 原点在等腰三角形的底边上, 则底边所在直线的斜率为 ( )
(A) 3 (B) 2 (C) $-\dfrac{1}{3}$ (D) $-\dfrac{1}{2}$

12. 已知球的半径为 2, 相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆. 若两圆的公共弦长为 2, 则两圆的圆心距等于 ( )
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

## 二、填空题

13. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(2,3)$. 若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{c}=(-4,-7)$ 共线, 则 $\lambda=$______.

14. 设曲线 $y=\mathrm{e}^{ax}$ 在点 $(0,1)$ 处的切线与直线 $x+2y+1=0$ 垂直, 则 $a=$______.

15. 已知 $F$ 是抛物线 $C$: $y^2=4x$ 的焦点, 过 $F$ 且斜率为 1 的直线交 $C$ 于 $A$、$B$ 两点. 设 $|FA|>|FB|$, 则 $|FA|$ 与 $|FB|$ 的比值等于______.

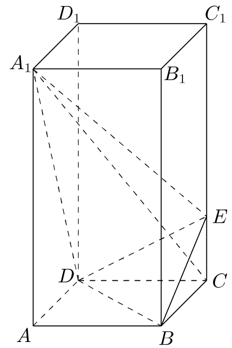
16. 平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个, 如两组对边分别平行, 类似地, 写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件:
充要条件① ______;
充要条件② ______.
(写出你认为正确的两个充要条件)

## 三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos B=-\dfrac{5}{13}$, $\cos C=\dfrac{4}{5}$.
(1) 求 $\sin A$ 的值;
(2) 设 $\triangle ABC$ 的面积 $S_{\triangle ABC}=\dfrac{33}{2}$, 求 $BC$ 的长.

18. 购买某种保险, 每个投保人每年度向保险公司交纳保费 $a$ 元, 若投保人在购买保险的一年度内出险, 则可以获得 10000 元的赔偿金. 假定在一年度内有 10000 人购买了这种保险, 且各投保人是否出险相互独立. 已知保险公司在一年度内至少支付赔偿金 10000 元的概率为 $1-0.999^{10^4}$.
(1) 求一投保人在一年度内出险的概率 $p$;
(2) 设保险公司开办该项险种业务除赔偿金外的成本为 50000 元, 为保证盈利的期望不小于 0, 求每位投保人应交纳的最低保费. (单位: 元)

19. 如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB=4$, 点 $E$ 在 $CC_1$ 上且 $C_1E=3EC$.
(1) 证明: $A_1C\perp$ 平面 $BED$;
(2) 求二面角 $A_1-DE-B$ 的大小.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$. 已知 $a_1=a$, $a_{n+1}=S_n+3^n$, $n\in\mathbf{N}^*$.
(1) 设 $b_n=S_n-3^n$, 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 若 $a_{n+1}\geqslant a_n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 求 $a$ 的取值范围.

21. 设椭圆中心在坐标原点, $A(2,0)$, $B(0,1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y=kx$ $(k>0)$ 与 $AB$ 相交于点 $D$, 与椭圆相交于 $E$、$F$ 两点.
(1) 若 $\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$, 求 $k$ 的值;
(2) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.

22. 设函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{2+\cos x}$.
(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 如果对任何 $x\geqslant 0$, 都有 $f(x)\leqslant ax$, 求 $a$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (大纲卷 II 文)

## 一、选择题

1. 若 $\sin\alpha<0$ 且 $\tan\alpha>0$ 是, 则 $\alpha$ 是 ( )
(A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角

2. 设集合 $M=\{m\in\mathbf{Z}\mid -3<m<2\}$, $N=\{n\in\mathbf{Z}\mid -1\leqslant n\leqslant 3\}$, 则 $M\cap N=$ ( )
(A) $\{0,\ 1\}$ (B) $\{-1,\ 0,\ 1\}$ (C) $\{0,\ 1,\ 2\}$ (D) $\{-1,\ 0,\ 1,\ 2\}$

3. 原点到直线 $x+2y-5=0$ 的距离为 ( )
(A) 1 (B) $\sqrt{3}$ (C) 2 (D) $\sqrt{5}$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}-x$ 的图象关于 ( )
(A) $y$ 轴对称 (B) 直线 $y=-x$ 对称
(C) 坐标原点对称 (D) 直线 $y=x$ 对称

5. 若 $x\in(\mathrm{e}^{-1},1)$, $a=\ln x$, $b=2\ln x$, $c=\ln^3 x$, 则 ( )
(A) $a<b<c$ (B) $c<a<b$ (C) $b<a<c$ (D) $b<c<a$

6. 设变量 $x$, $y$ 满足约束条件: $\begin{cases} y\geqslant x, \\ x+2y\leqslant 2, \\ x\geqslant -2, \end{cases}$ 则 $z=x-3y$ 的最小值 ( )
(A) $-2$ (B) $-4$ (C) $-6$ (D) $-8$

7. 设曲线 $y=ax^2$ 在点 $(1,a)$ 处的切线与直线 $2x-y-6=0$ 平行, 则 $a=$( )
(A) 1 (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $-\dfrac{1}{2}$ (D) $-1$

8. 正四棱锥的侧棱长为 $2\sqrt{3}$, 侧棱与底面所成的角为 $60^\circ$, 则该棱锥的体积为 ( )
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 18

9. $(1-\sqrt{x})^4(1+\sqrt{x})^4$ 的展开式中 $x$ 的系数是 ( )
(A) $-4$ (B) $-3$ (C) 3 (D) 4

10. 函数 $f(x)=\sin x-\cos x$ 的最大值为 ( )
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

11. 设 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, $\angle ABC=120^\circ$, 则以 $A$、$B$ 为焦点且过点 $C$ 的双曲线的离心率为 ( )
(A) $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$ (B) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ (C) $1+\sqrt{2}$ (D) $1+\sqrt{3}$

12. 已知球的半径为 2, 相互垂直的两个平面分别截球面得两个圆. 若两圆的公共弦长为 2, 则两圆的圆心距等于 ( )
(A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

## 二、填空题

13. 设向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(2,3)$. 若向量 $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与向量 $\boldsymbol{c}=(-4,-7)$ 共线, 则 $\lambda=$______.

14. 从 10 名男同学,6 名女同学中选 3 名参加体能测试, 则选到的 3 名同学中既有男同学又有女同学的不同选法共有______种. (用数字作答)

15. 已知 $F$ 是抛物线 $C$: $y^2=4x$ 的焦点, $A$、$B$ 是 $C$ 上的两个点, 线段 $AB$ 的中点为 $M(2,2)$, 则 $\triangle ABF$ 的面积等于______.

16. 平面内的一个四边形为平行四边形的充要条件有多个, 如两组对边分别平行, 类似地, 写出空间中的一个四棱柱为平行六面体的两个充要条件:
充要条件① ______________________________;
充要条件② ______________________________.
(写出你认为正确的两个充要条件)

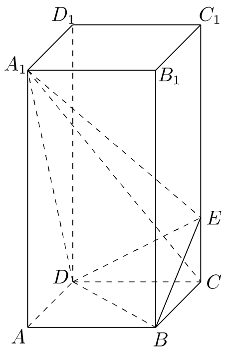
## 三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A=-\dfrac{5}{13}$, $\cos B=\dfrac{3}{5}$.
(1) 求 $\sin C$ 的值;
(2) 设 $BC=5$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4=10$, 且 $a_3$, $a_6$, $a_{10}$ 成等比数列. 求数列 $\{a_n\}$ 前 20 项的和 $S_{20}$.

19. 甲、乙两人进行射击比赛, 在一轮比赛中, 甲、乙各射击一发子弹. 根据以往资料知, 甲击中 8 环, 9 环, 10 环的概率分别为 0.6, 0.3, 0.1, 乙击中 8 环, 9 环, 10 环的概率分别为 0.4, 0.4, 0.2. 设甲、乙的射击相互独立.
(1) 求在一轮比赛中甲击中的环数多于乙击中环数的概率;
(2) 求在独立的三轮比赛中, 至少有两轮甲击中的环数多于乙击中环数的概率.

20. 如图, 正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1=2AB=4$, 点 $E$ 在 $CC_1$ 上且 $C_1E=3EC$.
(1) 证明: $A_1C\perp$ 平面 $BED$;
(2) 求二面角 $A_1-DE-B$ 的大小.




21. 设 $a\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=ax^3-3x^2$.
(1) 若 $x=2$ 是函数 $y=f(x)$ 的极值点, 求 $a$ 的值;
(2) 若函数 $g(x)=f(x)+f'(x)$, $x\in[0,2]$, 在 $x=0$ 处取得最大值, 求 $a$ 的取值范围.

22. 设椭圆中心在坐标原点, $A(2,0)$, $B(0,1)$ 是它的两个顶点, 直线 $y=kx$ $(k>0)$ 与 $AB$ 相交于点 $D$, 与椭圆相交于 $E$、$F$ 两点.
(1) 若 $\overrightarrow{ED}=6\overrightarrow{DF}$, 求 $k$ 的值;
(2) 求四边形 $AEBF$ 面积的最大值.

# 2008 普通高等学校招生考试 (福建卷理)

## 一、选择题

1. 若复数 $(a^2-3a+2)+(a-1)\mathrm{i}$ 是纯虚数, 则实数 $a$ 的值为 ( )

(A) 1　(B) 2　(C) 1 或 2　(D) $-1$

2. 设集合 $A=\left\{x\,\middle|\,\dfrac{x}{x-1}<0\right\}$, $B=\{x\mid 0<x<3\}$, 那么"$m\in A$"是"$m\in B$"的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 设 $\{a_n\}$ 是公比为正数的等比数列, 若 $a_1=7$, $a_5=16$, 则数列 $\{a_n\}$ 前 7 项的和为 ( )

(A) 63　(B) 64　(C) 127　(D) 128

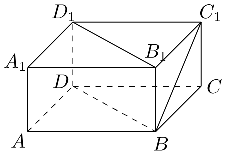
4. 函数 $f(x)=x^3+\sin x+1\ (x\in\mathbf{R})$, 若 $f(a)=2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ( )

(A) 3　(B) 0　(C) $-1$　(D) $-2$

5. 某一批花生种子, 如果每 1 粒发牙的概率为 $\dfrac{4}{5}$, 那么播下 4 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 ( )

(A) $\dfrac{16}{625}$　(B) $\dfrac{96}{625}$　(C) $\dfrac{192}{625}$　(D) $\dfrac{256}{625}$

6. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, $AA_1=1$, 则 $BC_1$ 与平面 $BB_1D_1D$ 所成角的正弦值为 ( )




(A) $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$　(B) $\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$　(C) $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$　(D) $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

7. 某班级要从 4 名男生、2 名女生中选派 4 人参加某次社区服务, 如果要求至少有 1 名女生, 那么不同的选派方案种数为 ( )

(A) 14　(B) 24　(C) 28　(D) 48

8. 若实数 $x$、$y$ 满足 $\begin{cases}x-y+1\leqslant 0,\\ x>0,\end{cases}$ 则 $\dfrac{y}{x}$ 的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$　(B) $(0,1]$　(C) $(1,+\infty)$　(D) $[1,+\infty)$

9. 函数 $f(x)=\cos x\ (x\in\mathbf{R})$ 的图象按向量 $(m,0)$ 平移后, 得到函数 $y=-f'(x)$ 的图象, 则 $m$ 的值可以为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{2}$　(B) $\pi$　(C) $-\pi$　(D) $-\dfrac{\pi}{2}$

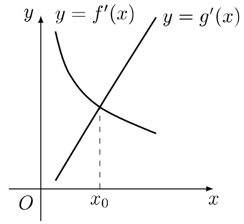
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A$、$B$、$C$ 的对边分别为 $a$、$b$、$c$. 若 $(a^2+c^2-b^2)\tan B=\sqrt{3}ac$, 则角 $B$ 的值为 ( )

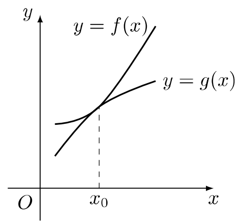
(A) $\dfrac{\pi}{6}$　(B) $\dfrac{\pi}{3}$　(C) $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{5\pi}{6}$　(D) $\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2}{3}$

11. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}=\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$ 的两个焦点为 $F_1$、$F_2$, 若 $P$ 为其上一点, 且 $|PF_1|=2|PF_2|$, 则双曲线离心率的取值范围为 ( )

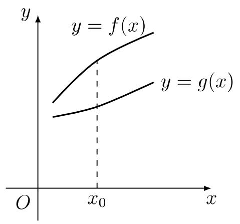
(A) $(1,3)$　(B) $(1,3]$　(C) $(3,+\infty)$　(D) $[3,+\infty)$

12. 已知函数 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 的导函数的图象如下图, 那么 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 的图象可能是 ( )

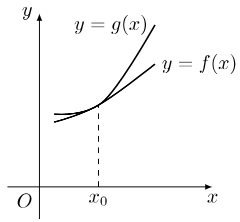


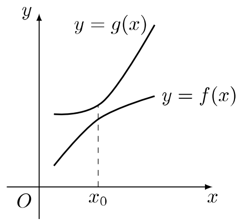

(A)




(B)




(C)




(D)

## 二、填空题

13. 若 $(x-2)^5=a_5x^5+a_4x^4+a_3x^3+a_2x^2+a_1x+a_0$, 则 $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=$______. (用数字作答)

14. 若直线 $3x+4y+m=0$ 与圆 $\begin{cases}x=1+\cos\theta,\\ y=-2+\sin\theta,\end{cases}$ ($\theta$ 为参数) 没有公共点, 则实数 $m$ 的取值范围是______.

15. 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长均为 $\sqrt{3}$, 则其外接球的表面积是______.

16. 设 $P$ 是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意 $a$、$b\in P$, 都有 $a+b$、$a-b$、$ab$、$\dfrac{a}{b}\in P$ (除数 $b\neq 0$), 则称 $P$ 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域; 数集 $F=\left\{a+b\sqrt{2}\mid a,\ b\in\mathbf{Q}\right\}$ 也是数域. 有下列命题: ① 整数集是数域; ② 若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$, 则数集 $M$ 必为数域; ③ 数域必为无限集; ④ 存在无穷多个数域. 其中正确的命题的序号是______. (把你认为正确的命题的序号填填上)

## 三、解答题

17. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(\sin A,\cos A)$, $\boldsymbol{n}=(\sqrt{3},-1)$, $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=1$, 且 $A$ 为锐角.

(1) 求角 $A$ 的大小;

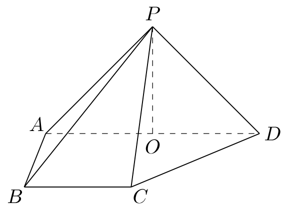
(2) 求函数 $f(x)=\cos 2x+4\cos A\sin x\ (x\in\mathbf{R})$ 的值域.

18. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$, 侧棱 $PA=PD=\sqrt{2}$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC\parallel AD$, $AB\perp AD$, $AD=2AB=2BC=2$, $O$ 为 $AD$ 中点.

(1) 求证: $PO\perp$ 平面 $ABCD$;

(2) 求异面直线 $PD$ 与 $CD$ 所成角的大小;

(3) 线段 $AD$ 上是否存在点 $Q$, 使得它到平面 $PCD$ 的距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$? 若存在, 求出 $\dfrac{AQ}{QD}$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



19. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+x^2-2$.

(1) 设 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, 前 $n$ 项和为 $S_n$, 其中 $a_1=3$. 若点 $(a_n,a_{n+1}^2-2a_{n+1})$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 在函数 $y=f'(x)$ 的图象上, 求证: 点 $(n,S_n)$ 也在 $y=f'(x)$ 的图象上;

(2) 求函数 $f(x)$ 在区间 $(a-1,a)$ 内的极值.

20. 某项考试按科目 $A$、科目 $B$ 依次进行, 只有当科目 $A$ 成绩合格时, 才可继续参加科目 $B$ 的考试. 已知每个科目只允许有一次补考机会, 两个科目成绩均合格方可获得证书. 现某人参加这项考试, 科目 $A$ 每次考试成绩合格的概率均为 $\frac{2}{3}$, 科目 $B$ 每次考试成绩合格的概率均为 $\frac{1}{2}$. 假设各次考试成绩合格与否均互不影响.

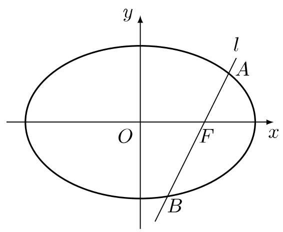
(1) 求他不需要补考就可获得证书的概率;

(2) 在这项考试过程中, 假设他不放弃所有的考试机会, 记他参加考试的次数为 $\xi$, 求 $\xi$ 的数学期望 $E\xi$.

21. 如图, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的一个焦点是 $F(1,0)$, $O$ 为坐标原点.

(1) 已知椭圆短轴的两个三等分点与一个焦点构成正三角形, 求椭圆的方程;

(2) 设过点 $F$ 的直线 $l$ 交椭圆于 $A$、$B$ 两点. 若直线 $l$ 绕点 $F$ 任意转动, 值有 $|OA|^2+|OB|^2<|AB|^2$, 求 $a$ 的取值范围.




22. 已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-x$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 记 $f(x)$ 在区间 $[0,\pi]$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 上的最小值为 $b_n$, 令 $a_n=\ln(1+n)-b_n$.

① 如果对一切 $n$, 不等式 $\sqrt{a_n}<\sqrt{a_{n+2}}-\frac{c}{\sqrt{a_{n+2}}}$ 恒成立, 求实数 $c$ 的取值范围;

② 求证: $\frac{a_1}{a_2}+\frac{a_1a_3}{a_2a_4}+\cdots+\frac{a_1a_3\cdots a_{2n-1}}{a_2a_4\cdots a_{2n}}<\sqrt{2a_n+1}-1$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (福建卷文)

## 一、选择题

1. 若集合 $A=\{x\mid x^2-x<0\}$, $B=\{x\mid 0<x<3\}$, 则 $A\cap B$ 等于 ( )

(A) $\{x\mid 0<x<1\}$　(B) $\{x\mid 0<x<3\}$

(C) $\{x\mid 1<x<3\}$　(D) $\varnothing$

2. "$a=1$"是"直线 $x+y=0$ 和直线 $x-ay=0$ 互相垂直"的 ( )

(A) 充分而不必要条件　(B) 必要而不充分条件

(C) 充要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, 若 $a_2=3$, $a_1=13$, 则数列 $\{a_n\}$ 前 8 项的和为 ( )

(A) 128　(B) 80　(C) 64　(D) 56

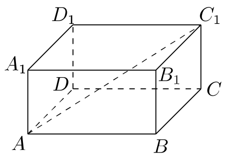
4. 函数 $f(x)=x^3+\sin x+1$ $(x\in\mathbf{R})$, 若 $f(a)=2$, 则 $f(-a)$ 的值为 ( )

(A) 3　(B) 0　(C) $-1$　(D) $-2$

5. 某一批花生种子, 如果每 1 粒发芽的概率为 $\dfrac{4}{5}$, 那么播下 3 粒种子恰有 2 粒发芽的概率是 ( )

(A) $\dfrac{12}{125}$　(B) $\dfrac{16}{125}$　(C) $\dfrac{48}{125}$　(D) $\dfrac{96}{125}$

6. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=2$, $AA_1=1$, 则 $AC_1$ 与平面 $A_1B_1C_1D_1$ 所成角的正弦值为 ( )




(A) $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$　(B) $\dfrac{2}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$　(D) $\dfrac{1}{3}$

7. 函数 $y=\cos x$ $(x\in\mathbf{R})$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{2}$ 个单位后, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 则 $g(x)$ 的解析式为 ( )

(A) $-\sin x$　(B) $\sin x$　(C) $-\cos x$　(D) $\cos x$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A$、$B$、$C$ 的对边分别为 $a$、$b$、$c$, 若 $a^2+c^2-b^2=\sqrt{3}ac$, 则角 $B$ 的值为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{6}$　(B) $\dfrac{\pi}{3}$　(C) $\dfrac{\pi}{6}$ 或 $\dfrac{5\pi}{6}$　(D) $\dfrac{\pi}{3}$ 或 $\dfrac{2\pi}{3}$

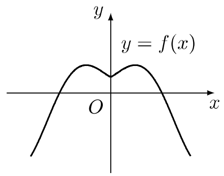
9. 某班级要从 4 名男生、2 名女生中选派 4 人参加某次社区服务, 如果要求至少有 1 名女生, 那么不同的选派方案种数为 ( )

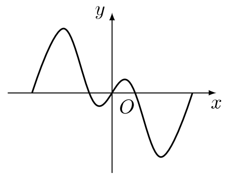
(A) 14　(B) 24　(C) 28　(D) 48

10. 若实数 $x$、$y$ 满足 $\begin{cases}x-y+1\leqslant 0,\\ x>0,\\ y\leqslant 2,\end{cases}$ 则 $\dfrac{y}{x}$ 的取值范围是 ( )

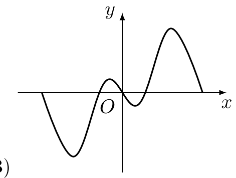
(A) $(0,2)$　(B) $(0,2]$　(C) $(2,+\infty)$　(D) $[2,+\infty)$

11. 如果函数 $y=f(x)$ 的图象如下图, 那么导函数 $y=f'(x)$ 的图象可能是 ( )

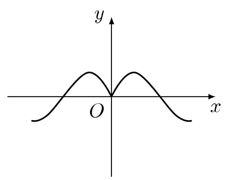


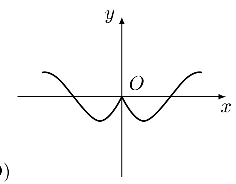

(A)




(B)




(C)




(D)

12. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的两个焦点为 $F_1$、$F_2$, 若 $P$ 为其上一点, 且 $|PF_1|=2|PF_2|$, 则双曲线离心率的取值范围为 ( )

(A) $(1,3)$　(B) $(1,3]$　(C) $(3,+\infty)$　(D) $[3,+\infty)$

## 二、填空题

13. $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^9$ 展开式中 $x^2$ 的系数是______. (用数字作答)

14. 若直线 $3x+4y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x+4y+4=0$ 没有公共点, 则实数 $m$ 的取值范围是______.

15. 若三棱锥的三个侧面两两垂直, 且侧棱长均为 $\sqrt{3}$, 则其外接球的表面积是______.

16. 设 $P$ 是一个数集, 且至少含有两个数, 若对任意 $a$、$b\in P$, 都有 $a+b$、$a-b$、$ab$、$\dfrac{a}{b}\in P$ (除数 $b\neq 0$), 则称 $P$ 是一个数域. 例如有理数集 $\mathbf{Q}$ 是数域. 有下列命题: ① 数域必含有 0,1 两个数; ② 整数集是数域; ③ 若有理数集 $\mathbf{Q}\subseteq M$, 则数集 $M$ 必为数域; ④ 数域必为无限集. 其中正确的命题的序号是______. (把你认为正确的命题的序号填填上)

## 三、解答题

17. 已知向量 $\boldsymbol{m}=(\sin A,\cos A)$, $\boldsymbol{n}=(1,-2)$, 且 $\boldsymbol{m}\cdot\boldsymbol{n}=0$.

(1) 求 $\tan A$ 的值;

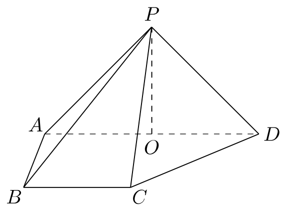
(2) 求函数 $f(x)=\cos 2x+4\cos A\sin x$ $(x\in\mathbf{R})$ 的值域.

18. 三人独立破译同一份密码. 已知三人各自破译出密码的概率分别为 $\dfrac{1}{5}$, $\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{1}{3}$, 且他们是否破译出密码互不影响.

(1) 求恰有二人破译出密码的概率;

(2) "密码被破译"与"密码未被破译"的概率哪个大? 说明理由.

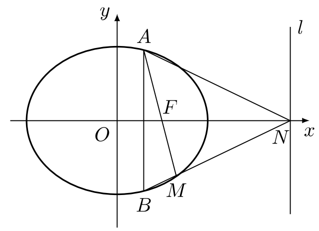
19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PAD\perp$ 底面 $ABCD$, 侧棱 $PA=PD=\sqrt{2}$, 底面 $ABCD$ 为直角梯形, 其中 $BC\parallel AD$, $AB\perp AD$, $AD=2AB=2BC=2$, $O$ 为 $AD$ 中点.
(1) 求证: $PO\perp$ 平面 $ABCD$;
(2) 求异面直线 $PB$ 与 $CD$ 所成角的余弦值;
(3) 求点 $A$ 到平面 $PCD$ 的距离.




20. 已知 $\{a_n\}$ 是正数组成的数列, $a_1=1$, 且点 $(\sqrt{a_n},a_{n+1})$ $(n\in\mathbf{N}^*)$ 在函数 $y=x^2+1$ 的图象上.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 若列数 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$, $b_{n+1}=b_n+2^{a_n}$, 求证: $b_n\cdot b_{n+2}<b_{n+1}^2$.

21. 已知函数 $f(x)=x^3+mx^2+nx-2$ 的图象过点 $(-1,-6)$, 且函数 $g(x)=f'(x)+6x$ 的图象关于 $y$ 轴对称.
(1) 求 $m$、$n$ 的值及函数 $y=f(x)$ 的单调区间;
(2) 若 $a>0$, 求函数 $y=f(x)$ 在区间 $(a-1,a+1)$ 内的极值.

22. 如图, 椭圆 $C$: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的一个焦点为 $F(1,0)$, 且过点 $(2,0)$.
(1) 求椭圆 $C$ 的方程;
(2) 若 $AB$ 为垂直于 $x$ 轴的动弦, 直线 $l$: $x=4$ 与 $x$ 轴交于点 $N$, 直线 $AF$ 与 $BN$ 交于点 $M$.
① 求证: 点 $M$ 恒在椭圆 $C$ 上;
② 求 $\triangle AMN$ 面积的最大值.



# 2008 普通高等学校招生考试 (广东卷理)

## 一、选择题

1. 已知 $0<a<2$, 复数 $z$ 的实部为 $a$, 虚部为 1, 则 $|z|$ 的取值范围是 ( )
(A) $(1,5)$ (B) $(1,3)$ (C) $(1,\sqrt{5})$ (D) $(1,\sqrt{3})$

2. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$. 若 $a_1=\dfrac{1}{2}$, $S_4=20$, 则 $S_6=$ ( )
(A) 16 (B) 24 (C) 36 (D) 48

3. 某校共有学生 2000 名, 各年级男、女生人数如下表. 已知在全校学生中随机抽取 1 名, 抽到二年级女生的概率是 0.19. 现用分层抽样的方法在全校抽取 64 名学生, 则应在三年级抽取的学生人数为 ( )

| | 一年级 | 二年级 | 三年级 |
|---|---|---|---|
| 女生 | 373 | $x$ | $y$ |
| 男生 | 377 | 370 | $z$ |

(A) 24 (B) 18 (C) 16 (D) 12

4. 若变量 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases}2x+y\leqslant 40,\\ x+2y\leqslant 50,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值是 ( )
(A) 90 (B) 80 (C) 70 (D) 40

5. 将正三棱柱截去三个角 (如图 1 所示 $A$, $B$, $C$ 分别是 $\triangle GHI$ 三边的中点) 得到几何体如图 2, 则该几何体按图 2 所示方向的侧视图 (或称左视图) 为 ( )

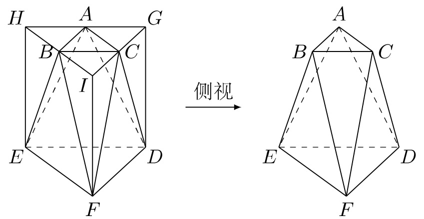
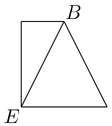
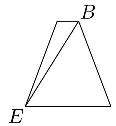
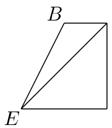
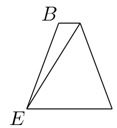


图 1 图 2

(A)



(B)



(C)



(D)


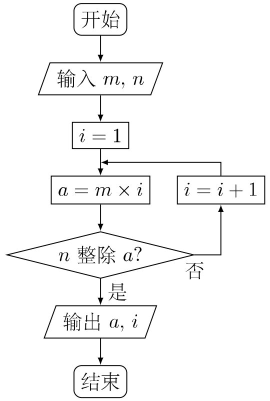

6. 已知命题 $p$: 所有有理数都是实数, 命题 $q$: 正数的对数都是负数, 则下列命题中为真命题的是 ( )
(A) $(\neg p)\vee q$ (B) $p\wedge q$ (C) $(\neg p)\wedge(\neg q)$ (D) $(\neg p)\vee(\neg q)$

7. 设 $a\in\mathbf{R}$, 若函数 $y=\mathrm{e}^{ax}+3x$, $x\in\mathbf{R}$ 有大于零的极值点, 则 ( )
(A) $a>-3$ (B) $a<-3$ (C) $a>-\dfrac{1}{3}$ (D) $a<-\dfrac{1}{3}$

8. 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AC$ 与 $BD$ 交于点 $O$, $E$ 是线段 $OD$ 的中点, $AE$ 的延长线与 $CD$ 交于点 $F$. 若 $\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{a}$, $\overrightarrow{BD}=\boldsymbol{b}$, 则 $\overrightarrow{AF}=$ ( )
(A) $\dfrac{1}{4}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{2}\boldsymbol{b}$ (B) $\dfrac{2}{3}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{3}\boldsymbol{b}$ (C) $\dfrac{1}{2}\boldsymbol{a}+\dfrac{1}{4}\boldsymbol{b}$ (D) $\dfrac{1}{3}\boldsymbol{a}+\dfrac{2}{3}\boldsymbol{b}$

## 二、填空题

9. 阅读如图的程序框图. 若输入 $m=4$, $n=6$, 则输出 $a=$______, $i=$______. (注: 框图中的赋值符号"="也可以写成"←"或": =")




10. 已知 $(1+kx^2)^6$ ($k$ 是正整数) 的展开式中, $x^8$ 的系数小于 120, 则 $k=$______.

11. 经过圆 $x^2+2x+y^2=0$ 的圆心 $C$, 且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线方程是______.

12. 已知函数 $f(x)=(\sin x-\cos x)\sin x$, $x\in\mathbf{R}$, 则 $f(x)$ 的最小正周期是______.

13. 已知曲线 $C_1$, $C_2$ 的极坐标方程分别为 $\rho\cos\theta=3$, $\rho=4\cos\theta$ ($\rho\geqslant 0$, $0\leqslant\theta<\dfrac{\pi}{2}$), 则曲线 $C_1$ 与 $C_2$ 交点的极坐标为______.

14. 已知 $a\in\mathbf{R}$, 若关于 $x$ 的方程 $x^2+x+\left|a-\dfrac{1}{4}\right|+|a|=0$ 有实根, 则 $a$ 的取值范围是______.

15. 已知 $PA$ 是圆 $O$ 的切线, 切点为 $A$, $PA=2$. $AC$ 是圆 $O$ 的直径, $PC$ 与圆 $O$ 交于点 $B$, $PB=1$, 则圆 $O$ 的半径 $R=$______.

## 三、解答题

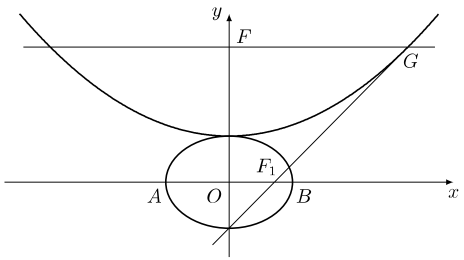
16. 已知函数 $f(x)=A\sin(x+\varphi)$ ($A>0$, $0<\varphi<\pi$), $x\in\mathbf{R}$ 的最大值是 1, 其图象经过点 $M\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{1}{2}\right)$.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 已知 $\alpha$, $\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 且 $f(\alpha)=\dfrac{3}{5}$, $f(\beta)=\dfrac{12}{13}$, 求 $f(\alpha-\beta)$ 的值.

17. 随机抽取某厂的某种产品 200 件, 经质检, 其中有一等品 126 件、二等品 50 件、三等品 20 件、次品 4 件. 已知生产 1 件一、二、三等品获利分别为 6 万元、2 万元、1 万元, 而 1 件次品亏损 2 万元, 设 1 件产品的利润 (单位: 万元) 为 $\xi$.
(1) 求 $\xi$ 的分布列;
(2) 求 1 件产品的平均利润 (即 $\xi$ 的数学期望);
(3) 经技术革新后, 仍有四个等级的产品, 但次品率降为 1%, 一等品率提高为 70%. 如果此时要求 1 件产品的平均利润不小于 4.73 万元, 则三等品率最多是多少?

18. 设 $b>0$, 椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{2b^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, 抛物线方程为 $x^2=8(y-b)$. 如图所示, 过点 $F(0,b+2)$ 作 $x$ 轴的平行线, 与抛物线在第一象限的交点为 $G$. 已知抛物线在点 $G$ 的切线经过椭圆的右焦点 $F_1$.

(1) 求满足条件的椭圆方程和抛物线方程;

(2) 设 $A$, $B$ 分别是椭圆长轴的左、右端点, 试探究在抛物线上是否存在点 $P$, 使得 $\triangle ABP$ 为直角三角形? 若存在, 请指出共有几个这样的点? 并说明理由 (不必具体求出这些点的坐标).



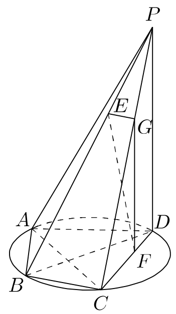

19. 设 $k\in\mathbf{R}$, 函数 $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-x}, & x<1,\\ -\sqrt{x-1}, & x\geqslant 1,\end{cases}$ $F(x)=f(x)-kx$, $x\in\mathbf{R}$. 试讨论函数 $F(x)$ 的单调性.

20. 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是半径为 $R$ 的圆的内接四边形, 其中 $BD$ 是圆的直径, $\angle ABD=60^\circ$, $\angle BDC=45^\circ$. $PD$ 垂直底面 $ABCD$, $PD=2\sqrt{2}R$. $E$, $F$ 分别是 $PB$, $CD$ 上的点, 且 $\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{DF}{FC}$, 过点 $E$ 作 $BC$ 的平行线交 $PC$ 于 $G$.

(1) 求 $BD$ 与平面 $ABP$ 所成角 $\theta$ 的正切值;

(2) 证明: $\triangle EFG$ 是直角三角形;

(3) 当 $\dfrac{PE}{EB}=\dfrac{1}{2}$ 时, 求 $\triangle EFG$ 的面积.




21. 已知 $p$, $q$ 是实数, $\alpha$, $\beta$ 为方程 $x^2-px+q=0$ 的两个实根, 数列 $\{x_n\}$ 满足 $x_1=p$, $x_2=p^2-q$, $x_n=px_{n-1}-qx_{n-2}$ $(n=3,4,\cdots)$.

(1) 证明: $\alpha+\beta=p$, $\alpha\beta=q$;

(2) 求数列 $\{x_n\}$ 的通项公式;

(3) 若 $p=1$, $q=\dfrac{1}{4}$, 求 $\{x_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (广东卷文)

## 一、选择题

1. 第二十九届夏季奥林匹克运动会将于 2008 年 8 月 8 日在北京举行, 若集合 $A=\{$参加北京奥运会比赛的运动员$\}$, 集合 $B=\{$参加北京奥运会比赛的男运动员$\}$, 集合 $C=\{$参加北京奥运会比赛的女运动员$\}$, 则下列关系正确的是 ( )

(A) $A\subseteq B$ (B) $B\subseteq C$ (C) $A\cap B=C$ (D) $B\cup C=A$

2. 已知 $0<a<2$, 复数 $z=a+\mathrm{i}$ (i 是虚数单位), 则 $|z|$ 的取值范围是 ( )

(A) $(1,\sqrt{3})$ (B) $(1,\sqrt{5})$ (C) $(1,3)$ (D) $(1,5)$

3. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,2)$, $\boldsymbol{b}=(-2,m)$, 且 $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $2\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}=$ ( )

(A) $(-2,-4)$ (B) $(-3,-6)$ (C) $(-4,-8)$ (D) $(-5,-10)$

4. 记等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 $S_n$, 若 $S_2=4$, $S_4=20$, 则该数列的公差 $d=$ ( )

(A) 7 (B) 6 (C) 3 (D) 2

5. 已知函数 $f(x)=(1+\cos 2x)\sin^2 x$, $x\in\mathbf{R}$, 则 $f(x)$ 是 ( )

(A) 最小正周期为 $\pi$ 的奇函数 (B) 最小正周期为 $\pi$ 的偶函数

(C) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的奇函数 (D) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的偶函数

6. 经过圆 $x^2+2x+y^2=0$ 的圆心 $C$, 且与直线 $x+y=0$ 垂直的直线方程是 ( )

(A) $x-y+1=0$ (B) $x-y-1=0$ (C) $x+y-1=0$ (D) $x+y+1=0$

7. 将正三棱柱截去三个角 (如图 1 所示 $A$, $B$, $C$ 分别是 $\triangle GHI$ 三边的中点) 得到几何体如图 2, 则该几何体按图 2 所示方向的侧视图 (或称左视图) 为 ( )

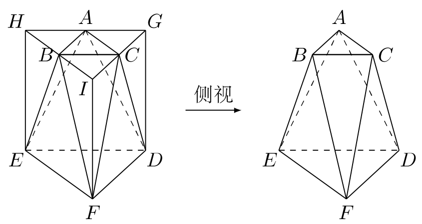
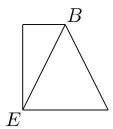
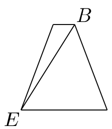
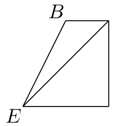
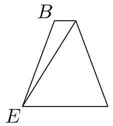



图 1 图 2

(A) 


(B) 


(C) 


(D) 


8. 命题"若函数 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在其定义域内是减函数, 则 $\log_a 2<0$"的逆否命题是 ( )

(A) 若 $\log_a 2<0$, 则函数 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

(B) 若 $\log_a 2\geqslant 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在其定义域内不是减函数

(C) 若 $\log_a 2<0$, 则函数 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在其定义域内是减函数

(D) 若 $\log_a 2\geqslant 0$, 则函数 $f(x)=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq 1)$ 在其定义域内是减函数

9. 设 $a\in\mathbf{R}$, 若函数 $y=\mathrm{e}^x+ax$, $x\in\mathbf{R}$ 有大于零的极值点, 则 ( )

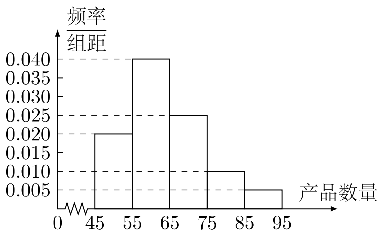
(A) $a<-1$ (B) $a>-1$ (C) $a>-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ (D) $a<-\dfrac{1}{\mathrm{e}}$

10. 设 $a,b\in\mathbf{R}$, 若 $a-|b|>0$, 则下列不等式中正确的是 ( )

(A) $b-a>0$ (B) $a^3+b^3<0$ (C) $b+a>0$ (D) $a^2-b^2<0$

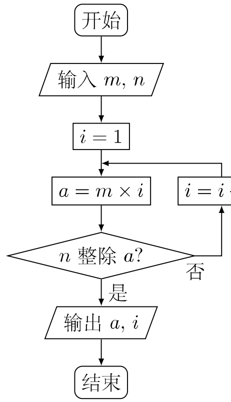
## 二、填空题

11. 为了调查某厂工人生产某种产品的能力, 随机抽查了 20 位工人某天生产该产品的数量. 产品数量的分组区间为 $[45,55)$, $[55,65)$, $[65,75)$, $[75,85)$, $[85,95)$, 由此得到频率分布直方图如图, 则这 20 名工人中一天生产该产品数量在 $[55,75)$ 的人数是______.




12. 若变量 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases}2x+y\leqslant 40,\\ x+2y\leqslant 50,\\ x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=3x+2y$ 的最大值是______.

13. 阅读如图的程序框图. 若输入 $m=4$, $n=3$, 则输出 $a=$______, $i=$______. (注: 框图中的赋值符号"="也可以写成"←"或":=")




14. 已知曲线 $C_1$, $C_2$ 的极坐标方程分别为 $\rho\cos\theta=3$, $\rho=4\cos\theta$ $(\rho\geqslant 0,\ 0\leqslant\theta<\dfrac{\pi}{2})$, 则曲线 $C_1$ 与 $C_2$ 交点的极坐标为______.

15. 已知 $PA$ 是圆 $O$ 的切线, 切点为 $A$, $PA=2$. $AC$ 是圆 $O$ 的直径, $PC$ 与圆 $O$ 交于点 $B$, $PB=1$, 则圆 $O$ 的半径 $R=$______.

## 三、解答题

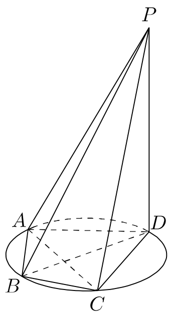
16. 已知函数 $f(x)=A\sin(x+\varphi)$ $(A>0,\ 0<\varphi<\pi)$, $x\in\mathbf{R}$ 的最大值是 1, 其图象经过点 $M\left(\dfrac{\pi}{3},\dfrac{1}{2}\right)$.

(1) 求 $f(x)$ 的解析式;

(2) 已知 $\alpha,\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 且 $f(\alpha)=\dfrac{3}{5}$, $f(\beta)=\dfrac{12}{13}$, 求 $f(\alpha-\beta)$ 的值.

17. 某单位用 2160 万元购得一块空地, 计划在该地块上建造一栋至少 10 层、每层 2000 平方米的楼房. 经测算, 如果将楼房建为 $x$ $(x \geqslant 10)$ 层, 则每平方米的平均建筑费用为 $560+48x$ (单位: 元). 为了使楼房每平方米的平均综合费用最少, 该楼房应建为多少层?
(注: 平均综合费用 = 平均建筑费用 + 平均购地费用, 平均购地费用 $=\dfrac{\text{购地总费用}}{\text{建筑总面积}}$)

18. 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是半径为 $R$ 的圆的内接四边形, 其中 $BD$ 是圆的直径, $\angle ABD=60^\circ$, $\angle BDC=45^\circ$. $\triangle ADP \sim \triangle BAD$.
(1) 求线段 $PD$ 的长;
(2) 若 $PC=\sqrt{11}R$, 求三棱锥 $P-ABC$ 的体积.

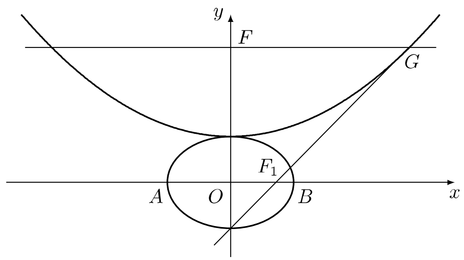



19. 某初级中学共有学生 2000 名, 各年级男、女生人数如下表:

| | 一年级 | 二年级 | 三年级 |
|---|---|---|---|
| 女生 | 373 | $x$ | $y$ |
| 男生 | 377 | 370 | $z$ |

已知在全校学生中随机抽取 1 名, 抽到初二年级女生的概率是 0.19 .
(1) 求 $x$ 的值;
(2) 现用分层抽样的方法在全校抽取 48 名学生, 问应在初三年级抽取多少名?
(3) 已知 $y \geqslant 245$, $z \geqslant 245$, 求初三年级中女生比男生多的概率.

20. 设 $b>0$, 椭圆方程为 $\dfrac{x^2}{2b^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$, 抛物线方程为 $x^2=8(y-b)$. 如图所示, 过点 $F(0,b+2)$ 作 $x$ 轴的平行线, 与抛物线在第一象限的交点为 $G$. 已知抛物线在点 $G$ 的切线经过椭圆的右焦点 $F_1$.
(1) 求满足条件的椭圆方程和抛物线方程;
(2) 设 $A$, $B$ 分别是椭圆长轴的左、右端点, 试探究在抛物线上是否存在点 $P$, 使得 $\triangle ABP$ 为直角三角形? 若存在, 请指出共有几个这样的点? 并说明理由 (不必具体求出这些点的坐标).




21. 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_n=\dfrac{1}{3}(a_{n-1}+2a_{n-2})$ $(n=3, 4, \cdots)$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1=1$, $b_n$ $(n=2, 3, \cdots)$ 是非零整数, 且对任意的正整数 $m$ 和自然数 $k$, 都有 $-1 \leqslant b_m+b_{m+1}+\cdots+b_{m+k} \leqslant 1$.
(1) 求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 若 $c_n=na_nb_n$ $(n=1, 2, \cdots)$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (湖北卷理)

## 一、选择题

1. 设 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$, $\boldsymbol{b}=(-3,4)$, $\boldsymbol{c}=(3,2)$, 则 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=$ ( )

(A) $(-15,12)$ (B) 0 (C) $-3$ (D) $-11$

2. 若非空集合 $A$, $B$, $C$ 满足 $A\cup B=C$, 且 $B$ 不是 $A$ 的子集, 则 ( )

(A) "$x\in C$"是"$x\in A$"的充分条件但不是必要条件

(B) "$x\in C$"是"$x\in A$"的必要条件但不是充分条件

(C) "$x\in C$"是"$x\in A$"的充要条件

(D) "$x\in C$"既不是"$x\in A$"的充分条件也不是"$x\in A$"必要条件

3. 用与球心距离为 1 的平面去截球, 所得的截面面积为 $\pi$, 则球的休积为( )

(A) $\dfrac{8\pi}{3}$ (B) $\dfrac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ (C) $8\sqrt{2}\pi$ (D) $\dfrac{32\pi}{3}$

4. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln\left(\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{-x^2-3x+4}\right)$ 的定义域为 ( )

(A) $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$ (B) $(-4,0)\cup(0,1)$

(C) $[-4,0)\cup(0,1]$ (D) $[-4,0)\cup(0,1)$

5. 将函数 $y=3\sin(x-\theta)$ 的图象 $F$ 按向量 $\left(\dfrac{\pi}{3},3\right)$ 平移得到图象 $F'$, 若 $F'$ 的一条对称轴是直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$, 则 $\theta$ 的一个可能取值是 ( )

(A) $\dfrac{5}{12}\pi$ (B) $-\dfrac{5}{12}\pi$ (C) $\dfrac{11}{12}\pi$ (D) $-\dfrac{11}{12}\pi$

6. 将 5 名志愿者分配到 3 个不同的奥运场馆参加接待工作, 每个场馆至少分配一名志愿者的方案种数为 ( )

(A) 540 (B) 300 (C) 180 (D) 150

7. 若 $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+b\ln(x+2)$ 在 $(-1,+\infty)$ 上是减函数, 则 $b$ 的取值范围是 ( )

(A) $[-1,+\infty)$ (B) $(-1,+\infty)$ (C) $(-\infty,-1]$ (D) $(-\infty,-1)$

8. 已知 $m\in\mathbf{N}^*$, $a$, $b\in\mathbf{R}$, 若 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{(1+x)^m+a}{x}=b$, 则 $a\cdot b=$ ( )

(A) $-m$ (B) $m$ (C) $-1$ (D) 1

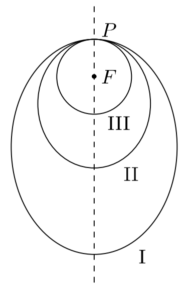
9. 过点 $A(11,2)$ 作圆 $x^2+y^2+2x-4y-164=0$ 的弦, 其中弦长为整数的共有 ( )

(A) 16 条 (B) 17 条 (C) 32 条 (D) 34 条

10. 如图所示,"嫦娥一号"探月卫星沿地月转移轨道飞向月球, 在月球附近一点 $P$ 轨进入以月球球心 $F$ 为一个焦点的椭圆轨道 I 绕月飞行, 之后卫星在 $P$ 点第二次变轨进入仍以 $F$ 为一个焦点的椭圆轨道 II 绕月飞行, 最终卫星在 $P$ 点第三次变轨进入以 $F$ 为圆心的圆形轨道 III 绕月飞行, 若用 $2c_1$ 和 $2c_2$ 分别表示椭轨道 I 和 II 的焦距, 用 $2a_1$ 和 $2a_2$ 分别表示椭圆轨道 I 和 II 的长轴的长, 给出下列式子:

① $a_1+c_1=a_2+c_2$; ② $a_1-c_1=a_2-c_2$; ③ $c_1a_2>a_1c_2$; ④ $\dfrac{c_1}{a_1}<\dfrac{c_2}{a_2}$.

其中正确式子的序号是 ( )




(A) ①③ (B) ②③ (C) ①④ (D) ②④

## 二、填空题

11. 设 $z_1$ 是复数, $z_2=z_1-\mathrm{i}\overline{z}_1$ (其中 $\overline{z}_1$ 表示 $z_1$ 的共轭复数), 已知 $z_2$ 的实部是 $-1$, 则 $z_2$ 的虚部为______.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, 三个角 $A$, $B$, $C$ 的对边边长分别为 $a=3$, $b=4$, $c=6$, 则 $bc\cos A+ca\cos B+ab\cos C$ 的值为______.

13. 已知函数 $f(x)=x^2+2x+a$, $f(bx)=9x^2-6x+2$, 其中 $x\in\mathbf{R}$, $a$, $b$ 为常数, 则方程 $f(ax+b)=0$ 的解集为______.

14. 已知函数 $f(x)=2^x$, 等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 2. 若 $f(a_2+a_4+a_6+a_8+a_{10})=4$, 则 $\log_2[f(a_1)\cdot f(a_2)\cdot f(a_3)\cdot\cdots\cdot f(a_{10})]=$______.

15. 观察下列等式:

$$\sum_{i=1}^{n}i=\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}n,$$
$$\sum_{i=1}^{n}i^2=\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{6}n,$$
$$\sum_{i=1}^{n}i^3=\frac{1}{4}n^4+\frac{1}{2}n^3+\frac{1}{4}n^2,$$
$$\sum_{i=1}^{n}i^4=\frac{1}{5}n^5+\frac{1}{2}n^4+\frac{1}{3}n^3-\frac{1}{30}n^2,$$
$$\sum_{i=1}^{n}i^5=\frac{1}{6}n^6+\frac{1}{2}n^5+\frac{5}{12}n^4-\frac{1}{12}n^2,$$
$$\sum_{i=1}^{n}i^6=\frac{1}{7}n^7+\frac{1}{2}n^6+\frac{1}{2}n^5-\frac{1}{6}n^3+\frac{1}{42}n^2,$$

$$\cdots\cdots$$

$$\sum_{i=1}^{n}i^k=a_{k+1}n^{k+1}+a_kn^k+a_{k-1}n^{k-1}+a_{k-2}n^{k-2}+\cdots+a_1n+a_0,$$

可以推测, 当 $k\geqslant2$ $(k\in\mathbf{N}^*)$ 时, $a_{k+1}=\dfrac{1}{k+1}$, $a_k=\dfrac{1}{2}$, $a_{k-1}=$______, $a_{k-2}=$______.

## 三、解答题

16. 已知函数 $f(t)=\sqrt{\dfrac{1-t}{1+t}}$, $g(x)=\cos x\cdot f(\sin x)+\sin x\cdot f(\cos x)$, $x\in\left(\pi,\dfrac{17\pi}{12}\right]$.

(1) 将函数 $g(x)$ 化简成 $A\sin(\omega x+\varphi)+B$ $(A>0,\ \omega>0,\ \varphi\in[0,2\pi))$ 的形式;

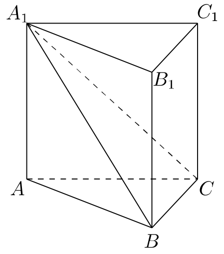
(2) 求函数 $g(x)$ 的值域.

17. 袋中有 20 个大小相同的球, 其中记上 0 号的有 10 个, 记上 $n$ 号的有 $n$ 个 $(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$. 现从袋中任取一球. $\xi$ 表示所取球的标号.

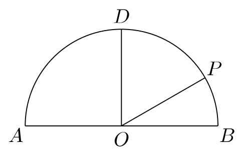
(1) 求 $\xi$ 的分布列, 期望和方差;

(2) 若 $\eta=a\xi+b$, $E\eta=1$, $D\eta=11$, 试求 $a$, $b$ 的值.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 平面 $A_1BC\perp$ 侧面 $A_1ABB_1$.
(1) 求证: $AB\perp BC$;
(2) 若直线 $AC$ 与平面 $A_1BC$ 所成的角为 $\theta$, 二面角 $A_1-BC-A$ 的大小为 $\varphi$, 试判断 $\theta$ 与 $\varphi$ 的大小关系, 并予以证明.




19. 如图, 在以点 $O$ 为圆心, $|AB|=4$ 为直径的半圆 $ADB$ 中, $OD\perp AB$, $P$ 是半圆弧上一点, $\angle POB=30^\circ$, 曲线 $C$ 是满足 $||MA|-|MB||$ 为定值的动点 $M$ 的轨迹, 且曲线 $C$ 过点 $P$.
(1) 建立适当的平面直角坐标系, 求曲线 $C$ 的方程;
(2) 设过点 $D$ 的直线 $l$ 与曲线 $C$ 相交于不同的两点 $E$、$F$. 若 $\triangle OEF$ 的面积不小于 $2\sqrt{2}$, 求直线 $l$ 斜率的取值范围.




20. 水库的蓄水量随时间而变化. 现用 $t$ 表示时间, 以月为单位, 年初为起点. 根据历年数据, 某水库的蓄水量 (单位: 亿立方米) 关于 $t$ 的近似函数关系式为 $V(t)=\begin{cases}(-t^2+14t-40)\mathrm{e}^{\frac{1}{4}t}+50, & 0<t\leqslant 10,\\ 4(t-10)(3t-41)+50, & 10<t\leqslant 12.\end{cases}$
(1) 该水库的蓄求量小于 50 的时期称为枯水期. 以 $i-1<t<i$ 表示第 $i$ 月份 $(i=1,2,\cdots,12)$, 同一年内哪几个月份是枯水期?
(2) 求一年内该水库的最大蓄水量 (取 $\mathrm{e}=2.7$ 计算).

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1=\lambda$, $a_{n+1}=\dfrac{2}{3}a_n+n-4$, $b_n=(-1)^n(a_n-3n+21)$, 其中 $\lambda$ 为实数, $n$ 为正整数.
(1) 对任意实数 $\lambda$, 证明数列 $\{a_n\}$ 不是等比数列;
(2) 试判断数列 $\{b_n\}$ 是否为等比数列, 并证明你的结论;
(3) 设 $0<a<b$, $S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和. 是否存在实数 $\lambda$, 使得对任意正整数 $n$, 都有 $a<S_n<b$? 若存在, 求 $\lambda$ 的取值范围; 若不存在, 说明理由.

# 2008 普通高等学校招生考试 (湖北卷文)

## 一、选择题

1. 设 $\boldsymbol{a}=(1,-2)$, $\boldsymbol{b}=(-3,4)$, $\boldsymbol{c}=(3,2)$, 则 $(\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b})\cdot\boldsymbol{c}=$ ( )

(A) $(-15,12)$ (B) 0 (C) $-3$ (D) $-11$

2. $\left(2x^3-\dfrac{1}{2x^2}\right)^{10}$ 的展开式中常数项是 ( )

(A) 210 (B) $\dfrac{105}{2}$ (C) $\dfrac{1}{4}$ (D) $-105$

3. 若集合 $P=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$, $Q=\{x\mid 0<x<5,\ x\in\mathbf{R}\}$, 则 ( )

(A) "$x\in P$"是"$x\in Q$"的充分条件但不是必要条件

(B) "$x\in P$"是"$x\in Q$"的必要条件但不是充分条件

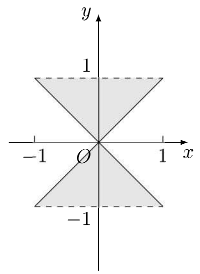
(C) "$x\in P$"是"$x\in Q$"的充要条件

(D) "$x\in P$"既不是"$x\in Q$"的充分条件也不是"$x\in Q$"的必要条件

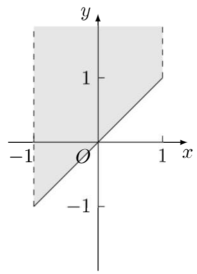
4. 用与球心距离为 1 的平面去截球, 所得的截面面积为 $\pi$, 则球的休积为( )

(A) $\dfrac{8\pi}{3}$ (B) $\dfrac{8\sqrt{2}\pi}{3}$ (C) $8\sqrt{2}\pi$ (D) $\dfrac{32\pi}{3}$

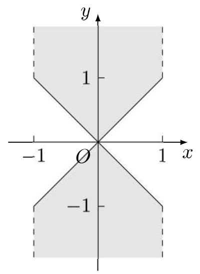
5. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 满足不等式组 $\begin{cases}|x|\leqslant|y|,\\|x|<1\end{cases}$ 的点 $(x,y)$ 的集合用阴影表示为下列图中的 ( )



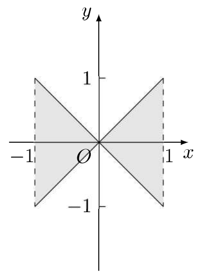
(A)



(B)



(C)



(D)

6. 已知 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上是奇函数, 且 $f(x+4)=f(x)$, 当 $x\in(0,2)$ 时, $f(x)=2x^2$, 则 $f(7)=$ ( )

(A) $-2$ (B) 2 (C) $-98$ (D) 98

7. 将函数 $y=\sin(x-\theta)$ 的图象 $F$ 向右平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度得到图象 $F'$, 若 $F'$ 的一条对称轴是直线 $x=\dfrac{\pi}{4}$, 则 $\theta$ 的一个可能取值是 ( )

(A) $\dfrac{5}{12}\pi$ (B) $-\dfrac{5}{12}\pi$ (C) $\dfrac{11}{12}\pi$ (D) $-\dfrac{11}{12}\pi$

8. 函数 $f(x)=\dfrac{1}{x}\ln\left(\sqrt{x^2-3x+2}+\sqrt{-x^2-3x+4}\right)$ 的定义域为 ( )

(A) $(-\infty,-4]\cup[2,+\infty)$ (B) $(-4,0)\cup(0,1)$

(C) $[-4,0)\cup(0,1]$ (D) $[-4,0)\cup(0,1)$

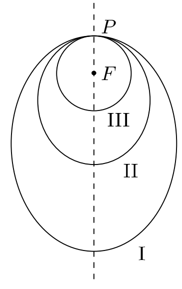
9. 从 5 名男生和 5 名女生中选 3 人组队参加某集体项目的比赛, 其中至少有一名女生入选的组队方案数为 ( )

(A) 100 (B) 110 (C) 120 (D) 180

10. 如图所示,"嫦娥一号"探月卫星沿地月转移轨道飞向月球, 在月球附近一点 $P$ 轨进入以月球球心 $F$ 为一个焦点的椭圆轨道 I 绕月飞行, 之后卫星在 $P$ 点第二次变轨进入仍以 $F$ 为一个焦点的椭圆轨道 II 绕月飞行, 最终卫星在 $P$ 点第三次变轨进入以 $F$ 为圆心的圆形轨道 III 绕月飞行, 若用 $2c_1$ 和 $2c_2$ 分别表示椭轨道 I 和 II 的焦距, 用 $2a_1$ 和 $2a_2$ 分别表示椭圆轨道 I 和 II 的长轴的长, 给出下列式子:

① $a_1+c_1=a_2+c_2$; ② $a_1-c_1=a_2-c_2$; ③ $c_1a_2>a_1c_2$; ④ $\dfrac{c_1}{a_1}<\dfrac{c_2}{a_2}$.

其中正确式子的序号是 ( )




(A) ①③ (B) ②③ (C) ①④ (D) ②④

## 二、填空题

11. 一个公司共有 1000 名员工, 下设一些部门, 要采用分层抽样方法从全体员工中抽取一个容量为 50 的样本, 已知某部门有 200 名员工, 那么从该部门抽取的工人数是______.

12. 在 $\triangle ABC$ 中, $a$, $b$, $c$ 分别是角 $A$, $B$, $C$ 所对的边, 已知 $a=\sqrt{3}$, $b=3$, $c=30^\circ$, 则 $A=$______.

13. 方程 $2^{-x}+x^2=3$ 的实数解的个数为______.

14. 明天上午李明要参加奥运志愿者活动, 为了准时起床, 他用甲、乙两个闹钟叫醒自己. 假设甲闹钟准时响的概率是 0.80, 乙闹钟准时响的概率是 0.90, 则两个闹钟至少有一准时响的概率是______.

15. 圆 $C$: $\begin{cases}x=3+4\cos\theta,\\y=-2+4\sin\theta,\end{cases}$ ($\theta$ 为参数) 的圆心坐标为______, 和圆 $C$ 关于直线 $x-y=0$ 对称的圆 $C'$ 的普通方程是______.

## 三、解答题

16. 已知函数 $f(x)=\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}+\cos^2\dfrac{x}{2}-2$.

(1) 将函数 $f(x)$ 化简成 $A\sin(\omega x+\varphi)+B$ ($A>0$, $\omega>0$, $\varphi\in[0,2\pi)$) 的形式, 并指出 $f(x)$ 的周期;

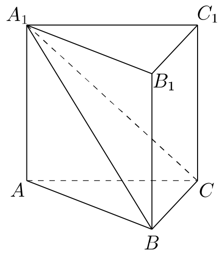
(2) 求函数 $f(x)$ 在 $\left[\pi,\dfrac{17\pi}{12}\right]$ 上的最大值和最小值.

17. 已知函数 $f(x)=x^3+mx^2-m^2x+1$ ($m$ 为常数, 且 $m>0$) 有极大值 9.

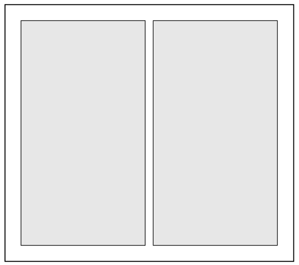
(1) 求 $m$ 的值;

(2) 若斜率为 $-5$ 的直线是曲线 $y=f(x)$ 的切线, 求此直线方程.

18. 如图, 在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 平面 $A_1BC\perp$ 侧面 $A_1ABB_1$.
(1) 求证: $AB\perp BC$;
(2) 若 $AA_1=AC=a$, 直线 $AC$ 与平面 $A_1BC$ 所成的角为 $\theta$, 二面角 $A_1-BC-A$ 的大小为 $\varphi$, 求证: $\theta+\varphi=\dfrac{\pi}{2}$.




19. 如图, 要设计一张矩形广告, 该广告含有大小相等的左右两个矩形栏目 (即图中阴影部分), 这两栏的面积之和为 18000 $\mathrm{cm}^2$, 四周空白的宽度为 10 cm, 两栏之间的中缝空白的宽度为 5 cm, 怎样确定广告的高与宽的尺寸 (单位: cm), 能使矩形广告面积最小?



20. 已知双曲线 $C$: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}-1$ $(a>0,\ b>0)$ 的两个焦点为 $F_1(-2,0)$, $F_2(2,0)$, 点 $P(3,\sqrt{7})$ 在双曲线 $C$ 上.
(1) 求双曲线 $C$ 的方程;
(2) 记 $O$ 为坐标原点, 过点 $Q(0,2)$ 的直线 $l$ 与双曲线 $C$ 相交于不同的两点 $E$、$F$, 若 $\triangle OEF$ 的面积为 $2\sqrt{2}$, 求直线 $l$ 的方程.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 满足: $a_1=\lambda$, $a_{n+1}=\dfrac{2}{3}a_n+n-4$, $b_n=(-1)^n(a_n-3n+21)$, 其中 $\lambda$ 为实数, $n$ 为正整数.
(1) 证明: 对任意实数 $\lambda$, 数列 $\{a_n\}$ 不是等比数列;
(2) 证明: 当 $\lambda\neq-18$ 时, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列;
(2) 设 $S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和, 是否存在实数 $\lambda$, 使得对任意正整数 $n$, 都有 $S_n>-12$? 若存在, 求 $\lambda$ 的取值范围; 若不存在, 说明理由.

# 2008 普通高等学校招生考试 (湖南卷理)

## 一、选择题

1. 复数 $\left(\mathrm{i}-\dfrac{1}{\mathrm{i}}\right)^3$ 等于 ( )

(A) 8 (B) $-8$ (C) $8\mathrm{i}$ (D) $-8\mathrm{i}$

2. "$|x-1|<2$ 成立"是"$x(x-3)<0$ 成立"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

3. 已知变量 $x$、$y$ 满足条件 $\begin{cases} x\geqslant 1, \\ x-y\leqslant 0, \\ x+2y-9\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的最大值是 ( )

(A) 2 (B) 5 (C) 6 (D) 8

4. 设随机变量 $\xi$ 服从正态分布 $N(2,9)$, 若 $P(\xi>c+1)=P(\xi<c-1)$, 则 $c=$ ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 设有直线 $m$、$n$ 和平面 $\alpha$、$\beta$. 下列四个命题中, 正确的是 ( )

(A) 若 $m\parallel\alpha$, $n\parallel\alpha$, 则 $m\parallel n$

(B) 若 $m\subset\alpha$, $n\subset\alpha$, $m\parallel\beta$, $n\parallel\beta$, 则 $\alpha\parallel\beta$

(C) 若 $\alpha\perp\beta$, $m\subset\alpha$, 则 $m\perp\beta$

(D) 若 $\alpha\perp\beta$, $m\perp\beta$, $m\not\subset\alpha$, 则 $m\parallel\alpha$

6. 函数 $f(x)=\sin^2x+\sqrt{3}\sin x\cos x$ 在区间 $\left[\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right]$ 上的最大值是 ( )

(A) 1 (B) $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) $1+\sqrt{3}$

7. 设 $D$、$E$、$F$ 分别是 $\triangle ABC$ 的三边 $BC$、$CA$、$AB$ 上的点, 且 $\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{FB}$, 则 $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}$ 与 $\overrightarrow{BC}$ ( )

(A) 反向平行 (B) 同向平行

(C) 互相垂直 (D) 既不平行也不垂直

8. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 上横坐标为 $\dfrac{3a}{2}$ 的点到右焦点的距离大于它到左准线的距离, 则双曲线离心率的取值范围是 ( )

(A) $(1,2)$ (B) $(2,+\infty)$ (C) $(1,5)$ (D) $(5,+\infty)$

9. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点在同一球面上, 且 $AB=2$, $AD=\sqrt{3}$, $AA_1=1$, 则顶点 $A$、$B$ 间的球面距离是 ( )

(A) $2\sqrt{2}\pi$ (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$

10. 设 $[x]$ 表示不超过 $x$ 的最大整数 (如 $[2]=2$, $\left[\dfrac{5}{4}\right]=1$). 对于给定的 $n\in\mathbf{N}^*$, 定义 $\mathrm{C}_n^x=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-[x]+1)}{x(x-1)\cdots(x-[x]+1)}$, $x\in[1,+\infty)$, 则当 $x\in\left[\dfrac{3}{2},3\right)$ 时, 函数 $\mathrm{C}_8^x$ 的值域是 ( )

(A) $\left[\dfrac{16}{3},28\right]$ (B) $\left[\dfrac{16}{3},56\right)$

(C) $\left(4,\dfrac{28}{3}\right)\cup[28,56)$ (D) $\left(4,\dfrac{16}{3}\right]\cup\left(\dfrac{28}{3},28\right]$

## 二、填空题

11. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-1}{x^2+3x-4}=$______.

12. 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的右焦点为 $F$, 右准线为 $l$, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. 过顶点 $A(0,b)$ 作 $AM\perp l$, 垂足为 $M$, 则直线 $FM$ 的斜率等于______.

13. 设函数 $y=f(x)$ 存在反函数 $y=f^{-1}(x)$, 且函数 $y=x-f(x)$ 的图象过点 $(1,2)$. 则函数 $y=f^{-1}(x)-x$ 的图象一定过点______.

14. 已知函数 $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-ax}}{a-1}$ $(a\neq 1)$.

(1) 若 $a>1$, 则 $f(x)$ 的定义域是______;

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $(0,1]$ 上是减函数, 则实数 $a$ 的取值范围是______.

15. 对有 $n$ $(n\geqslant 4)$ 个元素的总体 $\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n\}$ 进行抽样, 先将总体分成两个子总体 $\{1,\ 2,\ \cdots,\ m\}$ 和 $\{m+1,\ m+2,\ \cdots,\ n\}$ ($m$ 是给定的正整数, 且 $2\leqslant m\leqslant n-2$), 再从每个子总体中各随机抽取 2 个元素组成样本, 用 $P_{ij}$ 表示元素 $i$ 和 $j$ 同时出现在样本中的概率, 则 $P_{1n}=$______; 所有 $P_{ij}$ $(1\leqslant i<j\leqslant n)$ 的和等于______.

## 三、解答题

16. 甲、乙、丙三人参加了一家公司的招聘面试, 面试合格者可正式签约. 甲表示只要面试合格就签约. 乙、丙则约定: 两人面试都合格就一同签约, 否则两人都不签约. 设每人面试合格的概率都是 $\dfrac{1}{2}$, 且面试是否合格互不影响. 求:

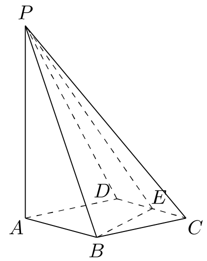
(1) 至少有 1 人面试合格的概率;

(2) 签约人数 $\xi$ 的分布列和数学期望.

17. 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形, $\angle BCD=60^\circ$, $E$ 是 $CD$ 的中点, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $PA=2$.

(1) 证明: 平面 $PBE\perp$ 平面 $PAB$;

(2) 求平面 $PAD$ 和平面 $PBE$ 所成二面角 (锐角) 的大小.

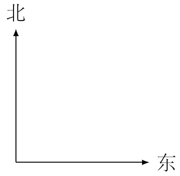



18. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_{n+2}=\left(1+\cos^2\dfrac{n\pi}{2}\right)a_n+\sin^2\dfrac{n\pi}{2}$, $n=1,2,3,\cdots$.

(1) 求 $a_3$, $a_4$, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n=\dfrac{a_{2n-1}}{a_{2n}}$, $S_n=b_1+b_2+\cdots+b_n$. 证明: 当 $n\geqslant 6$ 时, $|S_n-2|<\dfrac{1}{n}$.

19. 在一个特定时段内, 以点 $E$ 为中心的 7 海里以内海域被设为警戒水域. 点 $E$ 正北 55 海里处有一个雷达观测站 $A$. 某时刻测得一艘匀速直线行驶的船只位于点 $A$ 北偏东 $45^\circ$ 且与点 $A$ 相距 $40\sqrt{2}$ 海里的位置 $B$, 经过 40 分钟又测得该船已行驶到点 $A$ 北偏东 $45^\circ+\theta$ (其中 $\sin\theta=\dfrac{\sqrt{26}}{26}$, $0^\circ<\theta<90^\circ$) 且与点 $A$ 相距 $10\sqrt{13}$ 海里的位置 $C$.
(1) 求该船的行驶速度 (单位: 海里/小时);
(2) 若该船不改变航行方向继续行驶, 判断它是否会进入警戒水域, 并说明理由.




20. 若 $A$、$B$ 是抛物线 $y^2=4x$ 上的不同两点, 弦 $AB$ (不平行于 $y$ 轴) 的垂直平分线与 $x$ 轴相交于点 $P$, 则称弦 $AB$ 是点 $P$ 的一条"相关弦". 已知当 $x>2$ 时, 点 $P(x,0)$ 存在无穷多条"相关弦". 给定 $x_0>2$.
(1) 证明: 点 $P(x_0,0)$ 的所有"相关弦"的中点的横坐标相同;
(2) 试问: 点 $P(x_0,0)$ 的"相关弦"的弦长中是否存在最大值? 若存在, 求其最大值 (用 $x_0$ 表示); 若不存在, 请说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\ln^2(1+x)-\dfrac{x^2}{1+x}$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若不等式 $\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+\alpha}\leqslant \mathrm{e}$ 对任意的 $n\in\mathbf{N}^*$ 都成立 (其中 e 是自然对数的底数), 求 $\alpha$ 的最大值.

# 2008 普通高等学校招生考试 (湖南卷文)

## 一、选择题

1. 已知 $U=\{2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$, $M=\{3,\ 4,\ 5,\ 7\}$, $N=\{2,\ 4,\ 5,\ 6\}$, 则( )

(A) $M\cap N=\{4,\ 6\}$　(B) $M\cup N=U$

(C) $(\complement_U N)\cup M=U$　(D) $(\complement_U M)\cap N=N$

2. "$|x-1|<2$"是"$x<3$"的 ( )

(A) 充分不必要条件　(B) 必要不充分条件

(C) 充分必要条件　(D) 既不充分也不必要条件

3. 已知变量 $x, y$ 满足 $\begin{cases} x\geqslant 1, \\ y\leqslant 2, \\ x-y\leqslant 0, \end{cases}$ 则 $x+y$ 的最小值是 ( )

(A) 4　(B) 3　(C) 2　(D) 1

4. 函数 $f(x)=x^2\ (x\leqslant 0)$ 的反函数是 ( )

(A) $f^{-1}(x)=\sqrt{x}\ (x\geqslant 0)$　(B) $f^{-1}(x)=-\sqrt{x}\ (x\geqslant 0)$

(C) $f^{-1}(x)=-\sqrt{-x}\ (x\leqslant 0)$　(D) $f^{-1}(x)=-x^2\ (x\leqslant 0)$

5. 已知直线 $m, n$ 和平面 $\alpha, \beta$ 满足 $m\perp n$, $m\perp\alpha$, $\alpha\perp\beta$, 则 ( )

(A) $n\perp\beta$　(B) $n\parallel\beta$, 或 $n\subset\beta$

(C) $n\perp\alpha$　(D) $n\parallel\alpha$, 或 $n\subset\alpha$

6. 下面不等式成立的是 ( )

(A) $\log_3 2<\log_2 3<\log_2 5$　(B) $\log_3 2<\log_2 5<\log_2 3$

(C) $\log_2 3<\log_3 2<\log_2 5$　(D) $\log_2 3<\log_2 5<\log_3 2$

7. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=3$, $AC=2$, $BC=\sqrt{10}$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ ( )

(A) $-\dfrac{3}{2}$　(B) $-\dfrac{2}{3}$　(C) $\dfrac{2}{3}$　(D) $\dfrac{3}{2}$

8. 某市拟从 4 个重点项目和 6 个一般项目中各选 2 个项目作为本年度启动的项目, 则重点项目 $A$ 和一般项目 $B$ 至少有一个被选中的不同选法种数是 ( )

(A) 15　(B) 45　(C) 60　(D) 75

9. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的 8 个顶点在同一个球面上, 且 $AB=2$, $AD=\sqrt{3}$, $AA_1=1$, 则顶点 $A$、$B$ 间的球面距离是 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{4}$　(B) $\dfrac{\sqrt{2}\pi}{2}$　(C) $\sqrt{2}\pi$　(D) $2\sqrt{2}\pi$

10. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>0, b>0)$ 的右支上存在一点, 它到右焦点及左准线的距离相等, 则双曲线离心率的取值范围是 ( )

(A) $(1,\sqrt{2}]$　(B) $[\sqrt{2},+\infty)$　(C) $(1,\sqrt{2}+1]$　(D) $[\sqrt{2}+1,+\infty)$

## 二、填空题

11. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$, $\boldsymbol{b}=(-2,0)$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$______.

12. 从某地区 15000 位老人中随机抽取 500 人, 其生活能否自理的情况如下表所示:

| 性别 人数 生活能否自理 | 男 | 女 |
|---|---|---|
| 能 | 178 | 278 |
| 不能 | 23 | 21 |

则该地区生活不能自理的老人中男性比女性约多______人.

13. 记 $\left(2x+\dfrac{1}{x}\right)^n$ 的展开式中第 $m$ 项的系数为 $b_m$, 若 $b_3=2b_4$, 则 $n=$______.

14. 将圆 $x^2+y^2=1$ 沿 $x$ 轴正向平移 1 个单位后所得到圆 $C$, 则圆 $C$ 的方程是______; 若过点 $(3,0)$ 的直线 $l$ 和圆 $C$ 相切, 则直线 $l$ 的斜率为______.

15. 设 $[x]$ 表示不超 $x$ 的最大整数 (如 $[2]=2$, $\left[\dfrac{5}{4}\right]=1$). 对于给定的 $n\in\mathbf{N}^*$, 定义 $\mathrm{C}_n^x=\dfrac{n(n-1)\cdots(n-[x]+1)}{x(x-1)\cdots(x-[x]+1)}$, $x\in[1,+\infty)$, 则 $\mathrm{C}_8^{\frac{3}{2}}=$______; 当 $x\in[2,3)$ 时, 函数 $\mathrm{C}_8^x$ 的值域是______.

## 三、解答题

16. 甲、乙、丙三人参加了一家公司的招聘面试, 面试合格者可正式签约. 甲表示只要面试合格就签约. 乙、丙则约定: 两人面试都合格就一同签约, 否则两人都不签约. 设每人面试合格的概率都是 $\dfrac{1}{2}$, 且面试是否合格互不影响. 求:

(1) 至少有 1 人面试合格的概率;

(2) 没有人签约的概率.

17. 已知函数 $f(x)=\cos^2\dfrac{x}{2}-\sin^2\dfrac{x}{2}+\sin x$.

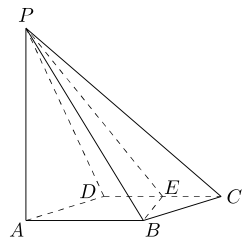
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期;

(2) 当 $x_0\in\left(0,\dfrac{\pi}{4}\right)$ 且 $f(x_0)=\dfrac{4\sqrt{2}}{5}$ 时, 求 $f\left(x_0+\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的值.

18. 如图所示, 四棱锥 $P-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长为 1 的菱形, $\angle BCD=60^\circ$, $E$ 是 $CD$ 的中点, $PA\perp$ 底面 $ABCD$, $PA=\sqrt{3}$.

(1) 证明: 平面 $PBE\perp$ 平面 $PAB$;

(2) 求二面角 $A-BE-P$ 的大小.



19. 已知椭圆的中心在原点, 一个焦点是 $F(2,0)$, 且两条准线间的距离为 $\lambda$ $(\lambda>4)$.
(1) 求椭圆的方程;
(2) 若存在过点 $A(1,0)$ 的直线 $l$, 使点 $F$ 关于直线 $l$ 的对称点在椭圆上, 求 $\lambda$ 的取值范围.

20. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_{n+2}=\left(1+\cos^2\frac{n\pi}{2}\right)a_n+\sin^2\frac{n\pi}{2}$, $n=1,2,3,\cdots$.
(1) 求 $a_3$, $a_4$, 并求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 设 $S_k=a_1+a_3+\cdots+a_{2k-1}$, $T_k=a_2+a_4+\cdots+a_{2k}$, $W_k=\frac{2S_k}{2+T_k}$ $(k\in\mathbf{N}^*)$, 求使 $W_k>1$ 的所有 $k$ 的值, 并说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+x^3-\frac{9}{2}x^2+cx$ 有三个极值点.
(1) 证明: $-27<c<5$;
(2) 若存在实数 $c$, 使函数 $f(x)$ 在区间 $[a,a+2]$ 上单调递减, 求 $a$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (江苏卷)

## 一、填空题

1. 若函数 $f(x)=\cos\left(\omega x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ $(\omega>0)$ 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{5}$, 则 $\omega=$______.

2. 若将一颗质地均匀的骰子 (一种各面上分别标有 1, 2, 3, 4, 5, 6 个点的正方体玩具) 先后抛掷 2 次, 则出现向上的点数之和为 4 的概率是______.

3. 若将复数 $\dfrac{1+\mathrm{i}}{1-\mathrm{i}}$ 表示为 $a+b\mathrm{i}$ $(a,\ b\in\mathbf{R},\ \mathrm{i}$ 是虚数单位) 的形式, 则 $a+b=$______.

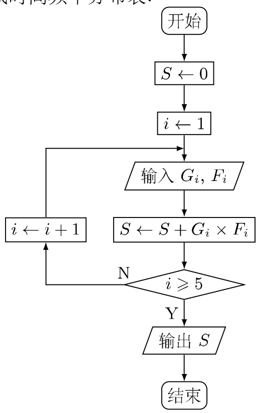
4. 设集合 $A=\left\{x\,\middle|\,(x-1)^2<3x+7,\ x\in\mathbf{R}\right\}$, 则集合 $A\cap\mathbf{Z}$ 中有______个元素.

5. 已知向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $120^\circ$, $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=3$, 则 $|5\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=$______.

6. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设 $D$ 是横坐标与纵坐标的绝对值均不大于 2 的点构成的区域, $E$ 是到原点的距离不大于 1 的点构成的区域. 向 $D$ 中随机投一点, 则所投的点落在 $E$ 中的概率是______.

7. 某地区为了解 $70\sim80$ 岁老人的日平均睡眠时间 (单位: h), 随机选择了 50 位老人进行调查. 下表是 50 位老人日睡眠时间频率分布表:

| 序号 $(i)$ | 分组 (睡眠时间) | 组中值 $(G_i)$ | 频数 (人数) | 频率 $(F_i)$ |
|---|---|---|---|---|
| 1 | [4,5) | 4.5 | 6 | 0.12 |
| 2 | [5,6) | 5.5 | 10 | 0.20 |
| 3 | [6,7) | 6.5 | 20 | 0.40 |
| 4 | [7,8) | 7.5 | 10 | 0.20 |
| 5 | [8,9] | 8.5 | 4 | 0.08 |




在上述统计数据的分析中, 一部分计算见算法流程图, 则输出的 $S$ 的值为______.

8. 设直线 $y=\dfrac{1}{2}x+b$ 是曲线 $y=\ln x$ $(x>0)$ 的一条切线, 则实数 $b$ 的值为______.

9. 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设三角形 $ABC$ 的顶点分别为 $A(0,a)$, $B(b,0)$, $C(c,0)$; 点 $P(0,p)$ 为线段 $AO$ 上的一点 (异于端点), 这里 $a$, $b$, $c$, $p$ 为非零实数. 设直线 $BP$, $CP$ 分别与边 $AC$, $AB$ 交于点 $E$, $F$. 某同学已正确求得 $OE$ 的方程: $\left(\dfrac{1}{b}-\dfrac{1}{c}\right)x+\left(\dfrac{1}{p}-\dfrac{1}{a}\right)y=0$. 请你完成直线 $OF$ 的方程: (______) $x+\left(\dfrac{1}{p}-\dfrac{1}{a}\right)y=0$.

10. 将全体正整数排成一个三角形数阵:

$$\begin{array}{ccccccc} & & & 1 & & & \\ & & 2 & & 3 & & \\ & 4 & & 5 & & 6 & \\ 7 & & 8 & & 9 & & 10 \\ \cdots & & \cdots & \cdots & \cdots & & \cdots \end{array}$$

根据以上排列规律, 数阵中第 $n$ $(n\geqslant3)$ 行的从左向右的第 3 个数是______.

11. 设 $x$, $y$, $z$ 为正实数, 满足 $x-2y+3z=0$, 则 $\dfrac{y^2}{xz}$ 的最小值为______.

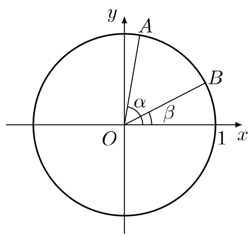
12. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的焦距为 $2c$, 以点 $O$ 为圆心, $a$ 为半径作圆 $M$. 若过点 $\left(\dfrac{a^2}{c},0\right)$ 所作圆 $M$ 的两条切线互相垂直, 则该椭圆的离心率 $e=$______.

13. 满足条件 $AB=2$, $AC=\sqrt{2}BC$ 的三角形 $ABC$ 的面积的最大值是______.

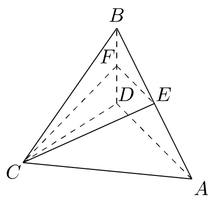
14. 设函数 $f(x)=ax^3-3x+1$ $(x\in\mathbf{R})$, 若对于任意 $x\in[-1,1]$, 都有 $f(x)\geqslant0$ 成立, 则实数 $a$ 的值为______.

## 二、解答题

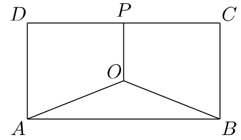
15. 如图, 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 以 $Ox$ 轴为始边做两个锐角 $\alpha$, $\beta$, 它们的终边分别与单位圆交于 $A$、$B$ 两点. 已知 $A$、$B$ 的横坐标分别为 $\dfrac{\sqrt{2}}{10}$, $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
(1) 求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值;
(2) 求 $\alpha+2\beta$ 的值.




16. 如图, 在四面体 $ABCD$ 中, $CB=CD$, $AD\perp BD$, 点 $E$、$F$ 分别是 $AB$、$BD$ 的中点. 求证:
(1) 直线 $EF\parallel$ 平面 $ACD$;
(2) 平面 $EFC\perp$ 平面 $BCD$.




17. 如图, 某地有三家工厂, 分别位于矩形 $ABCD$ 的两个顶点 $A$、$B$ 及 $CD$ 的中点 $P$ 处, 已知 $AB=20$ km, $BC=10$ km. 为了处理三家工厂的污水, 现要在矩形区域上 (含边界), 且与 $A$、$B$ 等距离的一点 $O$ 处建造一个污水处理厂, 并铺设三条排污管道 $AO$、$BO$、$PO$. 记排污管道的总长度为 $y$ km.
(1) 按下列要求写出函数关系式:
① 设 $\angle BAO=\theta$ (rad), 将 $y$ 表示为 $\theta$ 的函数;
② 设 $OP=x$ (km), 将 $y$ 表示为 $x$ 的函数;
(2) 请你选用 (1) 中的一个函数关系式, 确定污水处理厂的位置, 使铺设的排污管道的总长度最短.




18. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设二次函数 $f(x)=x^2+2x+b$ $(x\in\mathbf{R})$ 的图象与两坐标轴有三个交点, 经过这三个交点的圆记为 $C$.
(1) 求实数 $b$ 的取值范围;
(2) 求圆 $C$ 的方程;
(3) 问圆 $C$ 是否经过定点 (其坐标与 $b$ 无关)? 请证明你的结论.

19. (1) 设 $a_1, a_2, \cdots, a_n$ 是各项均不为零的 $n$ ($n \geqslant 4$) 项等差数列, 且公差 $d \neq 0$. 若将此数列删去某一项得到的数列 (按原来的顺序) 是等比数列,

① 当 $n=4$ 时, 求 $\dfrac{a_1}{d}$ 的数值;

② 求 $n$ 的所有可能值.

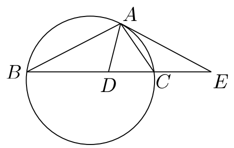
(2) 求证: 对于给定的正整数 $n$ ($n \geqslant 4$), 存在一个各项及公差都不为零的等差数列 $b_1, b_2, \cdots, b_n$, 其中任意三项 (按原来顺序) 都不能组成等比数列.

20. 已知函数 $f_1(x)=3^{|x-p_1|}$, $f_2(x)=2\cdot 3^{|x-p_2|}$ ($x\in\mathbf{R}$, $p_1$, $p_2$ 为常数). 函数 $f(x)$ 定义为: 对每个给定的实数 $x$, $f(x)=\begin{cases} f_1(x), & 若\ f_1(x)\leqslant f_2(x), \\ f_2(x), & 若\ f_1(x)>f_2(x). \end{cases}$

(1) 求 $f(x)=f_1(x)$ 对所有实数 $x$ 成立的充分必要条件 (用 $p_1$, $p_2$ 表示);

(2) 设 $a$, $b$ 是两个实数, 满足 $a<b$, 且 $p_1, p_2\in(a,b)$. 若 $f(a)=f(b)$, 求证: $f(x)$ 在区间 $[a,b]$ 上的单调增区间的长度之和为 $\dfrac{b-a}{2}$. (闭区间 $[m,n]$ 的长度定义为 $n-m$)

21. 四选二. 【A】如图, 设 $\triangle ABC$ 的外接圆的切线 $AE$ 与 $BC$ 的延长线交于点 $E$, $\angle BAC$ 的平分线与 $BC$ 交于点 $D$. 求证: $ED^2=EC\cdot EB$.

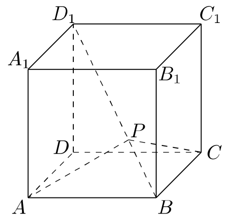



【B】在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设椭圆 $4x^2+y^2=1$ 在矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ 对应的变换下得到曲线 $F$, 求 $F$ 的方程.

【C】在平面直角坐标系 $xOy$ 中, 设 $P(x,y)$ 是椭圆 $\dfrac{x^2}{3}+y^2=1$ 上的一个动点, 求 $S=x+y$ 的最大值.

【D】设 $a$, $b$, $c$ 为正实数, 求证: $\dfrac{1}{a^3}+\dfrac{1}{b^3}+\dfrac{1}{c^3}+abc\geqslant 2\sqrt{3}$.

22. 如图, 设动点 $P$ 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的对角线 $BD_1$ 上, 记 $\dfrac{D_1P}{D_1B}=\lambda$. 当 $\angle APC$ 为钝角时, 求 $\lambda$ 的取值范围.




23. 请先阅读: 在等式 $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ ($x\in\mathbf{R}$) 的两边对 $x$ 求导 $(\cos 2x)'=(2\cos^2 x-1)'$. 由求导法则得 $(-\sin 2x)\cdot 2=4\cos x\cdot(-\sin x)$, 化简得等式 $\sin 2x=2\sin x\cos x$.

(1) 利用上述想法 (或者其他方法), 试由等式 $(1+x)^n=\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1x+\mathrm{C}_n^2x^2+\cdots+\mathrm{C}_n^nx^n$ ($x\in\mathbf{R}$, 整数 $n\geqslant 2$) 证明: $n[(1+x)^{n-1}-1]=\sum\limits_{k=2}^{n}k\mathrm{C}_n^kx^{k-1}$;

(2) 对于正整数 $n\geqslant 3$, 求证:

① $\sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^kk\mathrm{C}_n^k=0$;

② $\sum\limits_{k=1}^{n}(-1)^kk^2\mathrm{C}_n^k=0$;

③ $\sum\limits_{k=0}^{n}\dfrac{1}{k+1}\mathrm{C}_n^k=\dfrac{2^{n+1}-1}{n+1}$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (江西卷理)

## 一、选择题

1. 在复平面内, 复数 $z=\sin 2+\mathrm{i}\cos 2$ 对应的点位于 ( )

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

2. 定义集合运算: $A*B=\{z\mid z=xy,\ x\in A,\ y\in B\}$. 设 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{0,\ 2\}$, 则集合 $A*B$ 的所有元素之和为 ( )

(A) 0 (B) 2 (C) 3 (D) 6

3. 若函数 $y=f(x)$ 的值域是 $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$, 则函数 $F(x)=f(x)+\dfrac{1}{f(x)}$ 的值域是 ( )

(A) $\left[\dfrac{1}{2},3\right]$ (B) $\left[2,\dfrac{10}{3}\right]$ (C) $\left[\dfrac{5}{2},\dfrac{10}{3}\right]$ (D) $\left[3,\dfrac{10}{3}\right]$

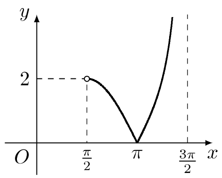
4. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{\sqrt{x}-1}=$ ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) 0 (C) $-\dfrac{1}{2}$ (D) 不存在

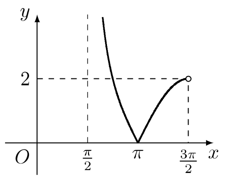
5. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$, 则 $a_n=$ ( )

(A) $2+\ln n$ (B) $2+(n-1)\ln n$ (C) $2+n\ln n$ (D) $1+n+\ln n$

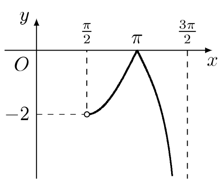
6. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 内的图象大致是 ( )



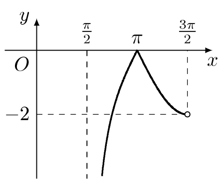
(A)



(B)



(C)



(D)

7. 已知 $F_1$、$F_2$ 是椭圆的两个焦点, 满足 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$ 的点 $M$ 总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是 ( )

(A) $(0,1)$ (B) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$ (C) $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$ (D) $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

8. $(1+\sqrt[3]{x})^6\left(1+\dfrac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^{10}$ 展开式中的常数项为 ( )

(A) 1 (B) 46 (C) 4245 (D) 4246

9. 若 $0<a_1<a_2$, $0<b_1<b_2$, 且 $a_1+a_2=b_1+b_2=1$, 则下列代数式中值最大的是 ( )

(A) $a_1b_1+a_2b_2$ (B) $a_1a_2+b_1b_2$ (C) $a_1b_2+a_2b_1$ (D) $\dfrac{1}{2}$

10. 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为 4 的球的两条弦 $AB$、$CD$ 的长度分别等于 $2\sqrt{7}$、$4\sqrt{3}$, $M$、$N$ 分别为 $AB$、$CD$ 的中点, 每条弦的两端都在球面上运动, 有下列四个命题:
① 弦 $AB$、$CD$ 可能相交于点 $M$;
② 弦 $AB$、$CD$ 可能相交于点 $N$;
③ $MN$ 的最大值为 5;
④ $MN$ 的最小值为 1.
其中真命题的个数为 ( )

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

11. 电子钟一天显示的时间是从 00 : 00 到 23 : 59, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一时刻显示的四个数字之和为 23 的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{180}$ (B) $\dfrac{1}{288}$ (C) $\dfrac{1}{360}$ (D) $\dfrac{1}{480}$

12. 已知函数 $f(x)=2mx^2-2(4-m)x+1$, $g(x)=mx$, 若对于任一实数 $x$, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数, 则实数 $m$ 的取值范围是 ( )

(A) $(0,2)$ (B) $(0,8)$ (C) $(2,8)$ (D) $(-\infty,0)$

## 二、填空题

13. 直角坐标平面内三点 $A(1,2)$, $B(3,-2)$, $C(9,7)$, 若 $E$、$F$ 为线段 $BC$ 的三等分点, 则 $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AF}=$______.

14. 不等式 $2^{x-\frac{3}{x}+1}\leqslant\dfrac{1}{2}$ 的解集为______.

15. 过抛物线 $x^2=2py\ (p>0)$ 的焦点 $F$ 作倾斜角为 $30^\circ$ 的直线, 与抛物线分别交于 $A$、$B$ 两点 (点 $A$ 在 $y$ 轴左侧), 则 $\dfrac{|AF|}{|FB|}=$______.

16. 如图 1, 一个正四棱柱形的密闭容器水平放置, 其底部镶嵌了同底的正四棱锥形实心装饰块, 容器内盛有 $a$ 升水时, 水面恰好经过正四棱锥的顶点 $P$. 如果将容器倒置, 水面也恰好过点 $P$ (图 2). 有下列四个命题:
A. 正四棱锥的高等于正四棱柱高的一半;
B. 将容器侧面水平放置时, 水面也恰好过点 $P$;
C. 任意摆放该容器, 当水面静止时, 水面都恰好经过点 $P$;
D. 若往容器内再注入 $a$ 升水, 则容器恰好能装满.
其中真命题的代号是______. (写出所有真命题的代号)

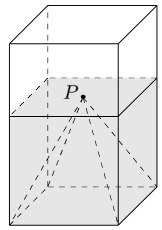


图 1

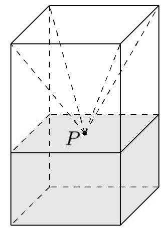


图 2

## 三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, $a$、$b$、$c$ 分别为角 $A$、$B$、$C$ 所对的边长, $a=2\sqrt{3}$, $\tan\dfrac{A+B}{2}+\tan\dfrac{C}{2}=4$, $\sin B\sin C=\cos^2\dfrac{A}{2}$. 求 $A$、$B$ 及 $b$、$c$.

18. 因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出两种拯救果树的方案, 每种方案都需分两年实施. 若实施方案一, 预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的 1.0 倍、0.9 倍、0.8 倍的概率分别是 0.3、0.3、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.25 倍、1.0 倍的概率分别是 0.5、0.5. 若实施方案二, 预计第一年可以使柑桔产量达到灾前的 1.2 倍、1.0 倍、0.88 倍的概率分别是 0.2、0.3、0.5; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.2 倍、1.0 倍的概率分别是 0.4、0.6. 实施每种方案第一年与第二年相互独立, 令 $\xi_i\ (i=1,\ 2)$ 表示方案 $i$ 实施两年后柑桔产量达到灾前产量的倍数.
(1) 写出 $\xi_1$、$\xi_2$ 的分布列;
(2) 实施哪种方案, 两年后柑桔产量超过灾前产量的概率更大?
(3) 不管哪种方案, 如果实施两年后柑桔产量达不到、恰好达到、超过灾前产量, 预计利润分别为 10 万元、15 万元、20 万元. 问实施哪种方案的平均利润更大?

19. 等差数列 $\{a_n\}$ 各项均为正整数, $a_1=3$, 前 $n$ 项和为 $S_n$, 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1=1$, 且 $b_2S_2=64$, $\{b_{a_n}\}$ 是公比为 64 的等比数列.

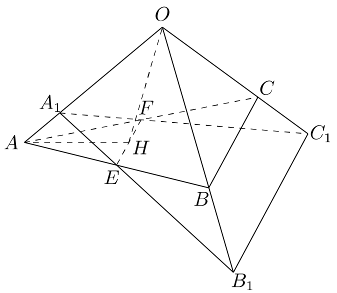
(1) 求 $a_n$ 与 $b_n$;

(2) 证明: $\frac{1}{S_1}+\frac{1}{S_2}+\cdots+\frac{1}{S_n}<\frac{3}{4}$.

20. 如图, 正三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 $OA$、$OB$、$OC$ 两两垂直, 且长度均为 2. $E$、$F$ 分别是 $AB$、$AC$ 的中点, $H$ 是 $EF$ 的中点, 过 $EF$ 的一个平面与侧棱 $OA$、$OB$、$OC$ 或其延长线分别相交于 $A_1$、$B_1$、$C_1$, 已知 $OA_1=\frac{3}{2}$.

(1) 证明: $B_1C_1\perp$ 平面 $OAH$;

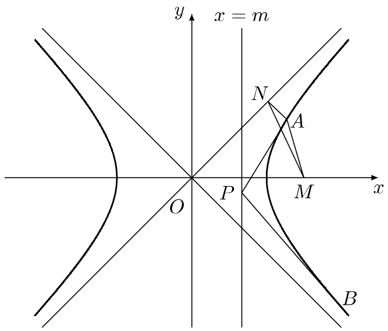
(2) 求二面角 $O-A_1B_1-C_1$ 的大小.




21. 设点 $P(x_0,y_0)$ 在直线 $x=m$ $(y\neq\pm m,\ 0<m<1)$ 上, 过点 $P$ 作双曲线 $x^2-y^2=1$ 的两条切线 $PA$、$PB$, 切点为 $A$、$B$, 定点 $M\left(\frac{1}{m},0\right)$.

(1) 过点 $A$ 作直线 $x-y=0$ 的垂线, 垂足为 $N$, 试求 $\triangle AMN$ 的重心 $G$ 所在的曲线方程;

(2) 求证: $A$、$M$、$B$ 三点共线.




22. 已知函数 $f(x)=\frac{1}{\sqrt{1+x}}+\frac{1}{\sqrt{1+a}}+\sqrt{\frac{ax}{ax+8}}$, $x\in(0,+\infty)$.

(1) 当 $a=8$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 对任意正数 $a$, 证明: $1<f(x)<2$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (江西卷文)

## 一、选择题

1. "$|x|=|y|$"是"$x=y$"的　　　　( )

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分也不必要条件

2. 定义集合运算: $A*B=\{z\mid z=xy,\ x\in A,\ y\in B\}$. 设 $A=\{1,\ 2\}$, $B=\{0,\ 2\}$, 则集合 $A*B$ 的所有元素之和为　　　　( )

(A) 0　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 6

3. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[0,2]$, 则函数 $g(x)=\dfrac{f(2x)}{x-1}$ 的定义域是 ( )

(A) $[0,1]$　　(B) $[0,1)$　　(C) $[0,1)\cup(1,4]$　　(D) $(0,1)$

4. 若 $0<x<y<1$, 则

(A) $3^y<3^x$　　(B) $\log_x 3<\log_y 3$

(C) $\log_4 x<\log_4 y$　　(D) $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x<\left(\dfrac{1}{4}\right)^y$

5. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=2$, $a_{n+1}=a_n+\ln\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$, 则 $a_n=$　　　　( )

(A) $2+\ln n$　　(B) $2+(n-1)\ln n$(C) $2+n\ln n$　　(D) $1+n+\ln n$

6. 函数 $f(x)=\dfrac{\sin x}{\sin x+2\sin\dfrac{x}{2}}$ 是　　　　( )

(A) 以 $4\pi$ 为周期的偶函数　　(B) 以 $2\pi$ 为周期的奇函数

(C) 以 $2\pi$ 为周期的偶函数　　(D) 以 $4\pi$ 为周期的奇函数

7. 已知 $F_1$、$F_2$ 是椭圆的两个焦点, 满足 $\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=0$ 的点 $M$ 总在椭圆内部, 则椭圆离心率的取值范围是　　　　( )

(A) $(0,1)$　　(B) $\left(0,\dfrac{1}{2}\right]$　　(C) $\left(0,\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$　　(D) $\left[\dfrac{\sqrt{2}}{2},1\right)$

8. $(1+x)^{10}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ 展开式中的常数项为　　　　( )

(A) 1　　(B) $(\mathrm{C}_{10}^1)^2$　　(C) $\mathrm{C}_{20}^1$　　(D) $\mathrm{C}_{20}^{10}$

9. 设直线 $m$ 与平面 $\alpha$ 相交但不垂直, 则下列说法中正确的是　　　　( )

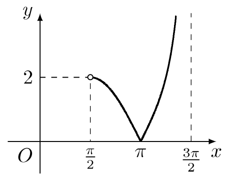
(A) 在平面 $\alpha$ 内有且只有一条直线与直线 $m$ 垂直

(B) 过直线 $m$ 有且只有一个平面与平面 $\alpha$ 垂直

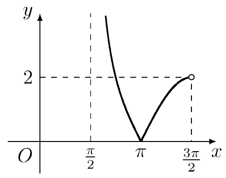
(C) 与直线 $m$ 垂直的直线不可能与平面 $\alpha$ 平行

(D) 与直线 $m$ 平行的平面不可能与平面 $\alpha$ 垂直

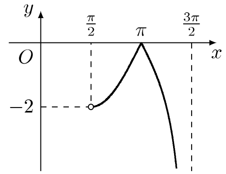
10. 函数 $y=\tan x+\sin x-|\tan x-\sin x|$ 在区间 $\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$ 内的图象大致是　　　　( )



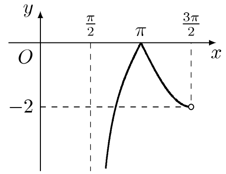

(A)




(B)




(C)




(D)

11. 电子钟一天显示的时间是从 $00:00$ 到 $23:59$, 每一时刻都由四个数字组成, 则一天中任一时刻显示的四个数字之和为 23 的概率为　　　　( )

(A) $\dfrac{1}{180}$　　(B) $\dfrac{1}{288}$　　(C) $\dfrac{1}{360}$　　(D) $\dfrac{1}{480}$

12. 已知函数 $f(x)=2x^2+(4-m)x+4-m$, $g(x)=mx$, 若对于任一实数 $x$, $f(x)$ 与 $g(x)$ 的值至少有一个为正数, 则实数 $m$ 的取值范围是　　　　( )

(A) $[-4,4]$　　(B) $(-4,4)$　　(C) $(-\infty,4)$　　(D) $(-\infty,-4)$

## 二、填空题

13. 不等式 $2^{x^2+2x-4}\leqslant\dfrac{1}{2}$ 的解集为______.

14. 已知双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的两条渐近线方程为 $y=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$, 若顶点到渐近线的距离为 1, 则双曲线方程为______.

15. 连结球面上两点的线段称为球的弦. 半径为 4 的球的两条弦 $AB$、$CD$ 的长度分别等于 $2\sqrt{7}$、$4\sqrt{3}$, 每条弦的两端都在球面上运动, 则两弦中点之间距离的最大值为______.

16. 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 中, 有下列四个命题:

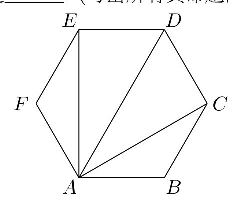
A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AF}=2\overrightarrow{BC}$;

B. $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AF}$;

C. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$;

D. $\left(\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AF}\right)\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{AD}\left(\overrightarrow{AF}\cdot\overrightarrow{EF}\right)$.

其中真命题的代号是______. (写出所有真命题的代号)




## 三、解答题

17. 已知 $\tan\alpha=-\dfrac{1}{3}$, $\cos\beta=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$, $\alpha,\ \beta\in(0,\pi)$.

(1) 求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值;

(2) 求函数 $f(x)=\sqrt{2}\sin(x-\alpha)+\cos(x+\beta)$ 的最大值.

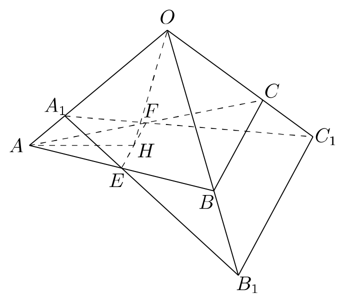
18. 因冰雪灾害, 某柑桔基地果林严重受损, 为此有关专家提出一种拯救果树的方案, 该方案需分两年实施且相互独立. 该方案预计第一年可以使柑桔产量恢复到灾前的 1.0 倍、0.9 倍、0.8 倍的概率分别是 0.2、0.4、0.4; 第二年可以使柑桔产量为第一年产量的 1.5 倍、1.25 倍、1.0 倍的概率分别是 0.3、0.3、0.4.

(1) 求两年后柑桔产量恰好达到灾前产量的概率;

(2) 求两年后柑桔产量超过灾前产量的概率.

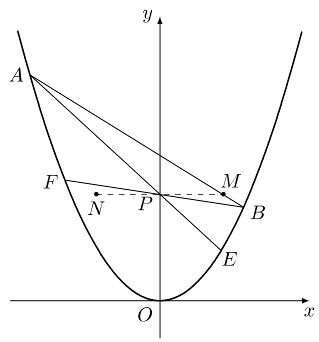
19. 等差数列 $\{a_n\}$ 各项均为正整数, $a_1=3$, 前 $n$ 项和为 $S_n$, 等比数列 $\{b_n\}$ 中, $b_1=1$, 且 $b_2S_2=64$, $b_3S_3=960$.
(1) 求 $a_n$ 与 $b_n$;
(2) 求 $\dfrac{1}{S_1}+\dfrac{1}{S_2}+\cdots+\dfrac{1}{S_n}$.

20. 如图, 正三棱锥 $O-ABC$ 的三条侧棱 $OA$、$OB$、$OC$ 两两垂直, 且长度均为 2. $E$、$F$ 分别是 $AB$、$AC$ 的中点, $H$ 是 $EF$ 的中点, 过 $EF$ 的一个平面与侧棱 $OA$、$OB$、$OC$ 或其延长线分别相交于 $A_1$、$B_1$、$C_1$, 已知 $OA_1=\dfrac{3}{2}$.
(1) 证明: $B_1C_1\perp$ 平面 $OAH$;
(2) 求二面角 $O-A_1B_1-C_1$ 的大小.




21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{3}ax^3-a^2x^2+a^4\ (a>0)$.
(1) 求函数 $y=f(x)$ 的单调区间;
(2) 若函数 $y=f(x)$ 的图象与直线 $y=1$ 恰有两个交点, 求 $a$ 的取值范围.

22. 已知抛物线 $y=x^2$ 和三个点 $M(x_0,y_0)$、$P(0,y_0)$、$N(-x_0,y_0)$ $(y_0\neq x_0^2,\ y_0>0)$, 过点 $M$ 的一条直线交抛物线于 $A$、$B$ 两点, $AP$、$BP$ 的延长线分别交曲线 $C$ 于 $E$、$F$.
(1) 证明 $E$、$F$、$N$ 三点共线;
(2) 如果 $A$、$B$、$M$、$N$ 四点共线, 问: 是否存在 $y_0$, 使以线段 $AB$ 为直径的圆与抛物线有异于 $A$、$B$ 的交点? 如果存在, 求出 $y_0$ 的取值范围, 并求出该交点到直线 $AB$ 的距离; 若不存在, 请说明理由.



# 2008 普通高等学校招生考试 (辽宁卷理)

## 一、选择题

1. 已知集合 $M=\left\{x\left|\frac{x+3}{x-1}<0\right.\right\}$, $N=\{x\mid x\leqslant -3\}$, 则集合 $\{x\mid x\geqslant 1\}=$ ( )

(A) $M\cap N$ (B) $M\cup N$ (C) $\complement_{\mathbf{R}}(M\cap N)$ (D) $\complement_{\mathbf{R}}(M\cup N)$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1+3+5+\cdots+(2n-1)}{n(2n+1)}=$ ( )

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2

3. 圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是 ( )

(A) $k\in\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ (B) $k\in\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$

(C) $k\in\left(-\sqrt{3},\sqrt{3}\right)$ (D) $k\in\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},+\infty\right)$

4. 复数 $\dfrac{1}{-2+\mathrm{i}}+\dfrac{1}{1-2\mathrm{i}}$ 的虚部是 ( )

(A) $\frac{1}{5}\mathrm{i}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $-\frac{1}{5}\mathrm{i}$ (D) $-\frac{1}{5}$

5. 已知 $O$, $A$, $B$ 是平面上的三个点, 直线 $AB$ 上有一点 $C$, 满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\mathbf{0}$, 则 $\overrightarrow{OC}=$ ( )

(A) $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$ (B) $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$ (C) $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$ (D) $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

6. 设 $P$ 为曲线 $C$: $y=x^2+2x+3$ 上的点, 且曲线 $C$ 在点 $P$ 处切线倾斜角的取值范围是 $\left[0,\frac{\pi}{4}\right]$, 则点 $P$ 横坐标的取值范围是 ( )

(A) $\left[-1,-\frac{1}{2}\right]$ (B) $[-1,0]$ (C) $[0,1]$ (D) $\left[\frac{1}{2},1\right]$

7. 4 张卡片上分别写有数字 1, 2, 3, 4, 从这 4 张卡片中随机抽取 2 张, 则取出的 2 张卡片上的数字之和为奇数的概率为 ( )

(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

8. 将函数 $y=2^x+1$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移得到函数 $y=2^{x+1}$ 的图象, 则( )

(A) $\boldsymbol{a}=(-1,-1)$ (B) $\boldsymbol{a}=(1,-1)$ (C) $\boldsymbol{a}=(1,1)$ (D) $\boldsymbol{a}=(-1,1)$

9. 一生产过程有 4 道工序, 每道工序需要安排一人照看. 现从甲、乙、丙等 6 名工人中安排 4 人分别照看一道工序, 第一道工序只能从甲、乙两工人中安排 1 人, 第四道工序只能从甲、丙两工人中安排 1 人, 则不同的安排方案共有 ( )

(A) 24 种 (B) 36 种 (C) 48 种 (D) 72 种

10. 已知点 $P$ 是抛物线 $y^2=2x$ 上的一个动点, 则点 $P$ 到点 $(0,2)$ 的距离与 $P$ 到该抛物线准线的距离之和的最小值为 ( )

(A) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ (B) 3 (C) $\sqrt{5}$ (D) $\frac{9}{2}$

11. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $E$, $F$ 分别为棱 $AA_1$, $CC_1$ 的中点, 则在空间中与三条直线 $A_1D_1$, $EF$, $CD$ 都相交的直线 ( )

(A) 不存在 (B) 有且只有两条 (C) 有且只有三条 (D) 有无数条

12. 设 $f(x)$ 是连续的偶函数, 且当 $x>0$ 时 $f(x)$ 是单调函数, 则满足 $f(x)=f\left(\dfrac{x+3}{x+4}\right)$ 的所有 $x$ 之和为 ( )

(A) $-3$ (B) 3 (C) $-8$ (D) 8

## 二、填空题

13. 函数 $y=\begin{cases}x+1, & x<0,\\ \mathrm{e}^x, & x\geqslant 0,\end{cases}$ 的反函数是______.

14. 在体积为 $4\sqrt{3}\pi$ 的球的表面上有 $A$, $B$, $C$ 三点, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, $A$, $C$ 两点的球面距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi$, 则球心到平面 $ABC$ 的距离为______.

15. 已知 $(1+x+x^2)\left(x+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$ 的展开式中没有常数项, $n\in\mathbf{N}^*$ 且 $2\leqslant n\leqslant 8$, 则 $n=$______.

16. 已知 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{3}\right)$ $(\omega>0)$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=f\left(\frac{\pi}{3}\right)$, 且 $f(x)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$ 有最小值, 无最大值, 则 $\omega=$______.

## 三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A$, $B$, $C$ 对边的边长分别是 $a$, $b$, $c$. 已知 $c=2$, $C=\frac{\pi}{3}$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$, 求 $a$, $b$;

(2) 若 $\sin C+\sin(B-A)=2\sin 2A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 某批发市场对某种商品的周销售量 (单位: 吨) 进行统计, 最近 100 周的统计结果如下表所示:

| 周销售量 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 频数 | 20 | 50 | 30 |

(1) 根据上面统计结果, 求周销售量分别为 2 吨, 3 吨和 4 吨的频率;

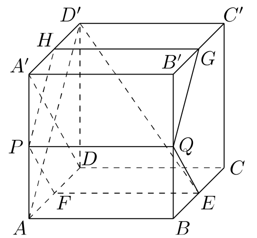
(2) 已知每吨该商品的销售利润为 2 千元, $\xi$ 表示该种商品两周销售利润的和 (单位: 千元). 若以上述频率作为概率, 且各周的销售量相互独立, 求 $\xi$ 的分布列和数学期望.

19. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AP=BQ=b$ $(0<b<1)$, 截面 $PQEF\parallel A'D$, 截面 $PQGH\parallel AD'$.

(1) 证明: 平面 $PQEF$ 和平面 $PQGH$ 互相垂直;

(2) 证明: 截面 $PQEF$ 和截面 $PQGH$ 面积之和是定值, 并求出这个值;

(3) 若 $D'E$ 与平面 $PQEF$ 所成的角为 $45°$, 求 $D'E$ 与平面 $PQGH$ 所成角的正弦值.



20. 在直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $P$ 到两点 $(0,-\sqrt{3})$, $(0,\sqrt{3})$ 的距离之和为 4, 设点 $P$ 的轨迹为 $C$, 直线 $y=kx+1$ 与 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点.
(1) 写出 $C$ 的方程;
(2) 若 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$, 求 $k$ 的值;
(3) 若点 $A$ 在第一象限, 证明: 当 $k>0$ 时, 恒有 $\left|\overrightarrow{OA}\right|>\left|\overrightarrow{OB}\right|$.

21. 在数列 $\{a_n\},\{b_n\}$ 中, $a_1=2$, $b_1=4$, 且 $a_n$, $b_n$, $a_{n+1}$ 成等差数列, $b_n$, $a_{n+1}$, $b_{n+1}$ 成等比数列.
(1) 求 $a_2$, $a_3$, $a_4$ 及 $b_2$, $b_3$, $b_4$, 由此猜测 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式, 并证明你的结论;
(2) 证明: $\dfrac{1}{a_1+b_1}+\dfrac{1}{a_2+b_2}+\cdots+\dfrac{1}{a_n+b_n}<\dfrac{5}{12}$.

22. 设函数 $f(x)=\dfrac{\ln x}{1+x}-\ln x+\ln(x+1)$.
(1) 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
(2) 是否存在实数 $a$, 使得关于 $x$ 的不等式 $f(x)\geqslant a$ 的解集为 $(0,+\infty)$? 若存在, 求 $a$ 的取值范围; 若不存在, 试说明理由.

# 2008 普通高等学校招生考试 (辽宁卷文)

## 一、选择题

1. 已知集合 $M=\{x\mid -3<x<1\}$, $N=\{x\mid x\leqslant -3\}$, 则 $M\cup N=$ ( )

(A) $\varnothing$ (B) $\{x\mid x\geqslant -3\}$ (C) $\{x\mid x\geqslant 1\}$ (D) $\{x\mid x<1\}$

2. 若函数 $y=(x+1)(x-a)$ 为偶函数, 则 $a=$ ( )

(A) $-2$ (B) $-1$ (C) 1 (D) 2

3. 圆 $x^2+y^2=1$ 与直线 $y=kx+2$ 没有公共点的充要条件是 ( )

(A) $k\in\left(-\sqrt{2},\sqrt{2}\right)$ (B) $k\in\left(-\sqrt{3},\sqrt{3}\right)$

(C) $k\in\left(-\infty,-\sqrt{2}\right)\cup\left(\sqrt{2},+\infty\right)$ (D) $k\in\left(-\infty,-\sqrt{3}\right)\cup\left(\sqrt{3},+\infty\right)$

4. 已知 $0<a<1$, $x=\log_a\sqrt{2}+\log_a\sqrt{3}$, $y=\dfrac{1}{2}\log_a 5$, $z=\log_a\sqrt{21}-\log_a\sqrt{3}$, 则 ( )

(A) $x>y>z$ (B) $z>y>x$ (C) $y>x>z$ (D) $z>x>y$

5. 已知四边形 $ABCD$ 的三个顶点 $A(0,2)$, $B(-1,-2)$, $C(3,1)$, 且 $\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{AD}$, 则顶点 $D$ 的坐标为 ( )

(A) $\left(2,\dfrac{7}{2}\right)$ (B) $\left(2,-\dfrac{1}{2}\right)$ (C) $(3,2)$ (D) $(1,3)$

6. 设 $P$ 为曲线 $C$: $y=x^2+2x+3$ 上的点, 且曲线 $C$ 在点 $P$ 处切线倾斜角的取值范围是 $\left[0,\dfrac{\pi}{4}\right]$, 则点 $P$ 横坐标的取值范围是 ( )

(A) $\left[-1,-\dfrac{1}{2}\right]$ (B) $[-1,0]$ (C) $[0,1]$ (D) $\left[\dfrac{1}{2},1\right]$

7. 4 张卡片上分别写有数字 1, 2, 3, 4, 从这 4 张卡片中随机抽取 2 张, 则取出的 2 张卡片上的数字之和为奇数的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{3}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{3}{4}$

8. 将函数 $y=2^x+1$ 的图象按向量 $\boldsymbol{a}$ 平移得到函数 $y=2^{x+1}$ 的图象, 则( )

(A) $\boldsymbol{a}=(-1,-1)$ (B) $\boldsymbol{a}=(1,-1)$ (C) $\boldsymbol{a}=(1,1)$ (D) $\boldsymbol{a}=(-1,1)$

9. 已知变量 $x$, $y$ 满足约束条件 $\begin{cases}y+x-1\leqslant 0,\\ y-3x-1\leqslant 0,\\ y-x+1\geqslant 0,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最大值为 ( )

(A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) $-4$

10. 一生产过程有 4 道工序, 每道工序需要安排一人照看. 现从甲、乙、丙等 6 名工人中安排 4 人分别照看一道工序, 第一道工序只能从甲、乙两工人中安排 1 人, 第四道工序只能从甲、丙两工人中安排 1 人, 则不同的安排方案共有 ( )

(A) 24 种 (B) 36 种 (C) 48 种 (D) 72 种

11. 已知双曲线 $9y^2-m^2x^2=1$ $(m>0)$ 的一个顶点到它的一条渐近线的距离为 $\dfrac{1}{5}$, 则 $m=$ ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $E$, $F$ 分别为棱 $AA_1$, $CC_1$ 的中点, 则在空间中与三条直线 $A_1D_1$, $EF$, $CD$ 都相交的直线 ( )

(A) 不存在 (B) 有且只有两条 (C) 有且只有三条 (D) 有无数条

## 二、填空题

13. 函数 $y=\mathrm{e}^{2x+1}$ $(-\infty<x<+\infty)$ 的反函数是______.

14. 在体积为 $4\sqrt{3}\pi$ 的球的表面上有 $A$, $B$, $C$ 三点, $AB=1$, $BC=\sqrt{2}$, $A$, $C$ 两点的球面距离为 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}\pi$, 则球心到平面 $ABC$ 的距离为______.

15. $(1+x^3)\left(x+\dfrac{1}{x^2}\right)^6$ 展开式中的常数项为______.

16. 设 $x\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$, 则函数 $y=\dfrac{2\sin^2 x+1}{\sin 2x}$ 的最小值为______.

## 三、解答题

17. 在 $\triangle ABC$ 中, 内角 $A$, $B$, $C$ 对边的边长分别是 $a$, $b$, $c$. 已知 $c=2$, $C=\dfrac{\pi}{3}$.

(1) 若 $\triangle ABC$ 的面积等于 $\sqrt{3}$, 求 $a$, $b$;

(2) 若 $\sin B=2\sin A$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

18. 某批发市场对某种商品的周销售量 (单位: 吨) 进行统计, 最近 100 周的统计结果如下表所示:

| 周销售量 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| 频数 | 20 | 50 | 30 |

(1) 根据上面统计结果, 求周销售量分别为 2 吨, 3 吨和 4 吨的频率;

(2) 若以上述频率作为概率, 且各周的销售量相互独立, 求

① 4 周中该种商品至少有一周的销售量为 4 吨的概率;

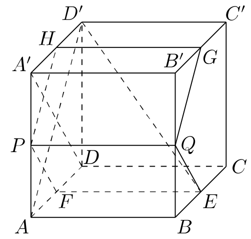
② 该种商品 4 周的销售量总和至少为 15 吨的概率.

19. 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 中, $AP=BQ=b$ $(0<b<1)$, 截面 $PQEF\parallel A'D$, 截面 $PQGH\parallel AD'$.

(1) 证明: 平面 $PQEF$ 和平面 $PQGH$ 互相垂直;

(2) 证明: 截面 $PQEF$ 和截面 $PQGH$ 面积之和是定值, 并求出这个值;

(3) 若 $b=\dfrac{1}{2}$, 求 $D'E$ 与平面 $PQEF$ 所成角的正弦值.



20. 在数列 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 是各项均为正数的等比数列, 设 $c_n=\dfrac{b_n}{a_n}$ $(n\in\mathbf{N}^*)$.
(1) 数列 $\{c_n\}$ 是否为等比数列? 证明你的结论;
(2) 设数列 $\{\ln a_n\}$, $\{\ln b_n\}$ 的前 $n$ 项和分别为 $S_n$, $T_n$. 若 $a_1=2$, $\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{n}{2n+1}$, 求数列 $\{c_n\}$ 的前 $n$ 项和.

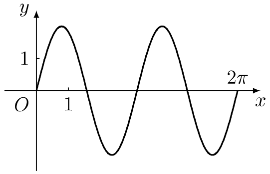
21. 在直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $P$ 到两点 $\left(0,-\sqrt{3}\right)$, $\left(0,\sqrt{3}\right)$ 的距离之和为 4, 设点 $P$ 的轨迹为 $C$.
(1) 写出 $C$ 的方程;
(2) 设直线 $y=kx+1$ 与 $C$ 交于 $A$, $B$ 两点. $k$ 为何值时 $\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$? 此时 $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ 的值是多少?

22. 设函数 $f(x)=ax^3+bx^2-3a^2x+1$ $(a,\ b\in\mathbf{R})$ 在 $x=x_1$, $x=x_2$ 处取得极值, 且 $|x_1-x_2|=2$.
(1) 若 $a=1$, 求 $b$ 的值, 并求 $f(x)$ 的单调区间;
(2) 若 $a>0$, 求 $b$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷理)

## 一、选择题

1. 已知函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$ $(\omega>0)$ 在区间 $[0,2\pi]$ 的图象如图, 那么 $\omega=$ ( )




(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

2. 已知复数 $z=1-\mathrm{i}$, 则 $\dfrac{z^2-2z}{z-1}=$ ( )

(A) $2\mathrm{i}$ (B) $-2\mathrm{i}$ (C) 2 (D) $-2$

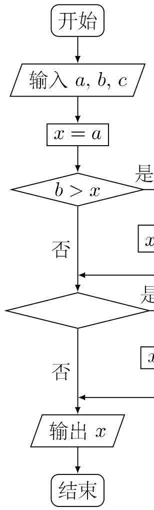
3. 如果等腰三角形的周长是底边长的 5 倍, 那么它的顶角的余弦值为 ( )

(A) $\frac{5}{18}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{7}{8}$

4. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$, 前 $n$ 项和为 $S_n$, 则 $\dfrac{S_4}{a_2}=$ ( )

(A) 2 (B) 4 (C) $\frac{15}{2}$ (D) $\frac{17}{2}$

5. 下面的程序框图, 如果输入三个实数 $a$, $b$, $c$, 要求输出这三个数中最大的数, 那么在空白的判断框中, 应该填入下面四个选项中的 ( )




(A) $c>x$ (B) $x>c$ (C) $c>b$ (D) $b>c$

6. 已知 $a_1>a_2>a_3>0$, 则使得 $(1-a_ix)^2<1$ $(i=1,2,3)$ 都成立的 $x$ 取值范围是 ( )

(A) $\left(0,\dfrac{1}{a_1}\right)$ (B) $\left(0,\dfrac{2}{a_1}\right)$ (C) $\left(0,\dfrac{1}{a_3}\right)$ (D) $\left(0,\dfrac{2}{a_3}\right)$

7. $\dfrac{3-\sin 70^\circ}{2-\cos^2 10^\circ}=$ ( )

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (C) 2 (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. 平面向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是 ( )

(A) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 方向相同

(B) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 两向量中至少有一个为零向量

(C) $\exists\lambda\in\mathbf{R}$, $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

(D) 存在不全为零的实数 $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_1\boldsymbol{a}+\lambda_2\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$

9. 甲、乙、丙 3 位志愿者安排在周一至周五的 5 天中参加某项志愿者活动, 要求每人参加一天且每天至多安排一人, 并要求甲安排在另外两位前面. 不同的安排方法共有 ( )

(A) 20 种 (B) 30 种 (C) 40 种 (D) 60 种

10. 由直线 $x=\frac{1}{2}$, $x=2$, 曲线 $y=\frac{1}{x}$ 及 $x$ 轴所围图形的面积为 ( )

(A) $\frac{15}{4}$ (B) $\frac{17}{4}$ (C) $\frac{1}{2}\ln 2$ (D) $2\ln 2$

11. 已知点 $P$ 在抛物线 $y^2=4x$ 上, 那么点 $P$ 到点 $Q(2,-1)$ 的距离与点 $P$ 到抛物线焦点距离之和取得最小值时, 点 $P$ 的坐标为 ( )

(A) $\left(\dfrac{1}{4},-1\right)$ (B) $\left(\dfrac{1}{4},1\right)$ (C) $(1,2)$ (D) $(1,-2)$

12. 某几何体的一条棱长为 $\sqrt{7}$, 在该几何体的正视图中, 这条棱的投影是长为 $\sqrt{6}$ 的线段, 在该几何体的侧视图与俯视图中, 这条棱的投影分别是长为 $a$ 和 $b$ 的线段, 则 $a+b$ 的最大值为 ( )

(A) $2\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) 4 (D) $2\sqrt{5}$

## 二、填空题

13. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(0,-1,1)$, $\boldsymbol{b}=(4,1,0)$, $|\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{29}$ 且 $\lambda>0$, 则 $\lambda=$______.

14. 设双曲线 $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$ 的右顶点为 $A$, 右焦点为 $F$. 过点 $F$ 平行双曲线的一条渐近线的直线与双曲线交于点 $B$, 则 $\triangle AFB$ 的面积为______.

15. 一个六棱柱的底面是正六边形, 其侧棱垂直底面. 已知该六棱柱的顶点都在同一个球面上, 且该六棱柱的体积为 $\frac{9}{8}$, 底面周长为 3, 则这个球的体积为______.

16. 从甲、乙两品种的棉花中各抽测了 25 根棉花的纤维长度 (单位: mm), 结果如下:

甲品种: 271 273 280 285 285 287 292 294 295 301 303 303 307 308 310 314 319 323 325 325 328 331 334 337 352

乙品种: 284 292 295 304 306 307 312 313 315 315 316 318 318 320 322 322 324 327 329 331 333 336 337 343 356

由以上数据设计了如下茎叶图

| 甲 | | 乙 |
|---|---|---|
| 3 1 | 27 | |
| 7 5 5 0 | 28 | 4 |
| 5 4 2 | 29 | 2 5 |
| 8 7 3 3 1 | 30 | 4 6 7 |
| 9 4 0 | 31 | 2 3 5 5 6 8 8 |
| 8 5 5 3 | 32 | 0 2 2 4 7 9 |
| 7 4 1 | 33 | 1 3 6 7 |
| | 34 | 3 |
| 2 | 35 | 6 |

根据以上茎叶图, 对甲、乙两品种棉花的纤维长度作比较, 写出两个统计结论:

① ________________________________________;

② ________________________________________.

## 三、解答题

17. 已知 $\{a_n\}$ 是一个等差数列, 且 $a_2=1$, $a_5=-5$.

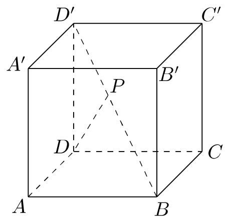
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项 $a_n$;

(2) 求 $\{a_n\}$ 前 $n$ 项和 $S_n$ 的最大值.

18. 如图, 已知点 $P$ 在正方体 $ABCD-A'B'C'D'$ 的对角线 $BD'$ 上, $\angle PDA=60^\circ$.

(1) 求 $DP$ 与 $CC'$ 所成角的大小;

(2) 求 $DP$ 与平面 $AA'D'D$ 所成角的大小.



19. $A$, $B$ 两个投资项目的利润率分别为随机变量 $X_1$ 和 $X_2$. 根据市场分析, $X_1$ 和 $X_2$ 的分布列分别为

| $X_1$ | 5% | 10% |
|---|---|---|
| $P$ | 0.8 | 0.2 |

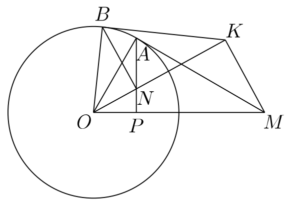
| $X_2$ | 2% | 8% | 12% |
|---|---|---|---|
| $P$ | 0.2 | 0.5 | 0.3 |

(1) 在 $A$, $B$ 两个项目上各投资 100 万元, $Y_1$ 和 $Y_2$ 分别表示投资项目 $A$ 和 $B$ 所获得的利润, 求方差 $DY_1$, $DY_2$;
(2) 将 $x$ $(0 \leqslant x \leqslant 100)$ 万元投资 $A$ 项目, $100-x$ 万元投资 $B$ 项目, $f(x)$ 表示投资 $A$ 项目所得利润的方差与投资 $B$ 项目所得利润的方差的和. 求 $f(x)$ 的最小值, 并指出 $x$ 为何值时, $f(x)$ 取到最小值.
(注: $D(aX+b)=a^2DX$)

20. 在直角坐标系 $xOy$ 中, 椭圆 $C_1$: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$, $F_2$ 也是抛物线 $C_2$: $y^2=4x$ 的焦点, 点 $M$ 为 $C_1$ 与 $C_2$ 在第一象限的交点, 且 $|MF_2|=\dfrac{5}{3}$.
(1) 求 $C_1$ 的方程;
(2) 平面上的点 $N$ 满足 $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MF_1}+\overrightarrow{MF_2}$, 直线 $l \parallel MN$, 且与 $C_1$ 交于 $A$、$B$ 两点, 若 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=0$, 求直线 $l$ 的方程.

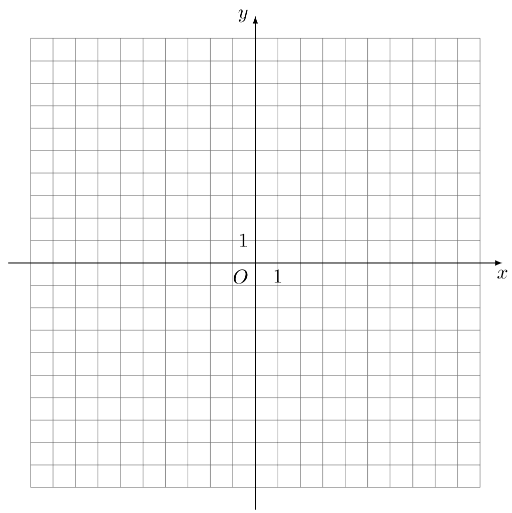
21. 设函数 $f(x)=ax+\dfrac{1}{x+b}$ $(a,\ b\in \mathbf{Z})$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y=3$.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 证明: 函数 $y=f(x)$ 的图象是一个中心对称图形, 并求其对称中心;
(3) 证明: 曲线 $y=f(x)$ 上任一点的切线与直线 $x=1$ 和直线 $y=x$ 所围三角形的面积为定值, 并求出此定值.

22. 如图, 过圆 $O$ 外一点 $M$ 作它的一条切线, 切点为 $A$, 过 $A$ 点作直线 $AP$ 垂直直线 $OM$, 垂足为 $P$.
(1) 证明: $OM\cdot OP=OA^2$;
(2) $N$ 为线段 $AP$ 上一点, 直线 $NB$ 垂直直线 $ON$, 且交圆 $O$ 于 $B$ 点. 过 $B$ 点的切线交直线 $ON$ 于 $K$. 证明: $\angle OKM=90^\circ$.




23. 已知曲线 $C_1$: $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ ($\theta$ 为参数), 曲线 $C_2$: $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t-\sqrt{2}, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ ($t$ 为参数).
(1) 指出 $C_1$, $C_2$ 各是什么曲线, 并说明 $C_1$ 与 $C_2$ 公共点的个数;
(2) 若把 $C_1$, $C_2$ 上各点的纵坐标都压缩为原来的一半, 分别得到曲线 $C_1'$, $C_2'$. 写出 $C_1'$, $C_2'$ 的参数方程. $C_1'$ 与 $C_2'$ 公共点的个数和 $C_1$ 与 $C_2$ 公共点的个数是否相同? 说明你的理由.

24. 已知函数 $f(x)=|x-8|-|x-4|$.
(1) 作出函数 $y=f(x)$ 的图象;
(2) 解不等式 $|x-8|-|x-4|>2$.



# 2008 普通高等学校招生考试 (琼、宁卷文)

## 一、选择题

1. 已知集合 $M=\{x\mid (x+2)(x-1)<0\}$, $N=\{x\mid x+1<0\}$, 则 $M\cap N=$ ( )

(A) $(-1,1)$ (B) $(-2,1)$ (C) $(-2,-1)$ (D) $(1,2)$

2. 双曲线 $\dfrac{x^2}{10}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 的焦距为 ( )

(A) $3\sqrt{2}$ (B) $4\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$

3. 已知复数 $z=1-\mathrm{i}$, 则 $\dfrac{z^2}{z-1}=$ ( )

(A) 2 (B) $-2$ (C) $2\mathrm{i}$ (D) $-2\mathrm{i}$

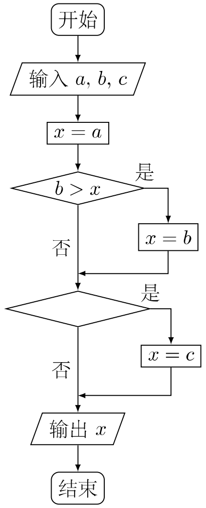
4. 设 $f(x)=x\ln x$, 若 $f'(x_0)=2$, 则 $x_0=$ ( )

(A) $\mathrm{e}^2$ (B) $\mathrm{e}$ (C) $\dfrac{\ln 2}{2}$ (D) $\ln 2$

5. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(1,-3)$, $\boldsymbol{b}=(4,-2)$, $\lambda\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 垂直, 则 $\lambda=$ ( )

(A) $-1$ (B) 1 (C) $-2$ (D) 2

6. 下面的程序框图, 如果输入三个实数 $a$, $b$, $c$, 要求输出这三个数中最大的数, 那么在空白的判断框中, 应该填入下面四个选项中的 ( )




(A) $c>x$ (B) $x>c$ (C) $c>b$ (D) $b>c$

7. 已知 $a_1>a_2>a_3>0$, 则使得 $(1-a_ix)^2<1$ $(i=1,2,3)$ 都成立的 $x$ 取值范围是 ( )

(A) $\left(0,\dfrac{1}{a_1}\right)$ (B) $\left(0,\dfrac{2}{a_1}\right)$ (C) $\left(0,\dfrac{1}{a_3}\right)$ (D) $\left(0,\dfrac{2}{a_3}\right)$

8. 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q=2$, 前 $n$ 项和为 $S_n$, 则 $\dfrac{S_4}{a_2}=$ ( )

(A) 2 (B) 4 (C) $\dfrac{15}{2}$ (D) $\dfrac{17}{2}$

9. 平面向量 $\boldsymbol{a}$,$\boldsymbol{b}$ 共线的充要条件是 ( )

(A) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 方向相同

(B) $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 两向量中至少有一个为零向量

(C) $\exists\lambda\in\mathbf{R}$, $\boldsymbol{b}=\lambda\boldsymbol{a}$

(D) 存在不全为零的实数 $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_1\boldsymbol{a}+\lambda_2\boldsymbol{b}=\mathbf{0}$

10. 点 $P(x,y)$ 在直线 $4x+3y=0$ 上, 且 $x$, $y$ 满足 $-14\leqslant x-y\leqslant 7$, 则点 $P$ 到坐标原点距离的取值范围是 ( )

(A) $[0,5]$ (B) $[0,10]$ (C) $[5,10]$ (D) $[5,15]$

11. 函数 $f(x)=\cos 2x+2\sin x$ 的最小值和最大值分别为 ( )

(A) $-1$, 1 (B) $-2$, 2 (C) $-3$, $\dfrac{3}{2}$ (D) $-2$, $\dfrac{3}{2}$

12. 已知平面 $\alpha\perp$ 平面 $\beta$, $\alpha\cap\beta=l$, 点 $A\in\alpha$, $A\notin l$, 直线 $AB\parallel l$, 直线 $AC\perp l$, 直线 $m\parallel\alpha$, $m\parallel\beta$, 则下列四种位置关系中, 不一定成立的是( )

(A) $AB\parallel m$ (B) $AC\perp m$ (C) $AB\parallel\beta$ (D) $AC\perp\beta$

## 二、填空题

13. 已知 $\{a_n\}$ 为等差数列, $a_3+a_8=22$, $a_6=7$, 则 $a_5=$______.

14. 一个六棱柱的底面是正六边形, 其侧棱垂直底面. 已知该六棱柱的顶点都在同一个球面上, 且该六棱柱的高为 $\sqrt{3}$, 底面周长为 3, 则这个球的体积为______.

15. 过椭圆 $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{4}=1$ 的右焦点作一条斜率为 2 的直线与椭圆交于 $AB$ 两点, $O$ 为坐标原点, 则 $\triangle OAB$ 的面积为______.

16. 从甲、乙两品种的棉花中各抽测了 25 根棉花的纤维长度 (单位: mm), 结果如下:

甲品种: 271 273 280 285 285 287 292 294 295 301 303 303 307 308 310 314 319 323 325 325 328 331 334 337 352

乙品种: 284 292 295 304 306 307 312 313 315 315 316 318 318 320 322 322 324 327 329 331 333 336 337 343 356

由以上数据设计了如下茎叶图

| 甲 | | | | | | 乙 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | 3 | 1 | 27 | | | | | | | |
| | 7 | 5 | 5 | 0 | 28 | 4 | | | | | | |
| | | 5 | 4 | 2 | 29 | 2 | 5 | | | | | |
| 8 | 7 | 3 | 3 | 1 | 30 | 4 | 6 | 7 | | | | |
| | | 9 | 4 | 0 | 31 | 2 | 3 | 5 | 5 | 6 | 8 | 8 |
| | 8 | 5 | 5 | 3 | 32 | 0 | 2 | 2 | 4 | 7 | 9 | |
| | | 7 | 4 | 1 | 33 | 1 | 3 | 6 | 7 | | | |
| | | | | | 34 | 3 | | | | | | |
| | | | | 2 | 35 | 6 | | | | | | |

根据以上茎叶图, 对甲、乙两品种棉花的纤维长度作比较, 写出两个统计结论:

① ______________________________;

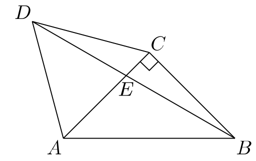
② ______________________________.

## 三、解答题

17. 如图, $\triangle ACD$ 是等边三角形, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, $BD$ 交 $AC$ 于 $E$, $AB=2$.

(1) 求 $\cos\angle CAE$ 的值;

(2) 求 $AE$.

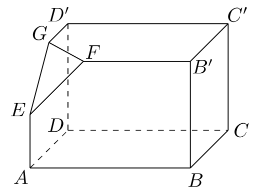


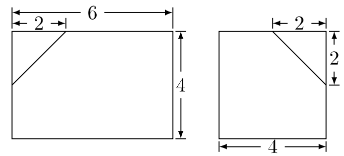

18. 如下的三个图中, 上面的是一个长方体截去一个角所得多面体的直观图. 它的正视图和俯视图在下面画出 (单位: cm).

(1) 在正视图下面, 按照画三视图的要求画出该多面体的俯视图;

(2) 按照给出的尺寸, 求该多面体的体积;

(3) 在所给直观图中连结 $BC'$, 证明: $BC'\parallel$ 面 $EFG$.



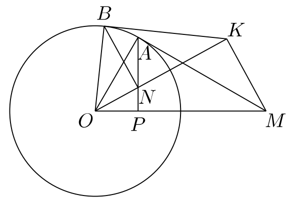

(正视图) (侧视图)

19. 为了了解《中华人民共和国道路交通安全法》在学生中的普及情况, 调查部门对某校 6 名学生进行问卷调查.6 人得分情况如下: 5, 6, 7, 8, 9, 10. 把这 6 名学生的得分看成一个总体.
(1) 求该总体的平均数;
(2) 用简单随机抽样方法从这 6 名学生中抽取 2 名, 他们的得分组成一个样本. 求该样本平均数与总体平均数之差的绝对值不超过 0.5 的概率.

20. 已知 $m \in \mathbf{R}$, 直线 $l$: $mx-(m^2+1)y=4m$ 和圆 $C$: $x^2+y^2-8x+4y+16=0$.
(1) 求直线 $l$ 斜率的取值范围;
(2) 直线 $l$ 能否将圆 $C$ 分割成弧长的比值为 $\dfrac{1}{2}$ 的两段圆弧? 为什么?

21. 设函数 $f(x)=ax-\dfrac{b}{x}$, 曲线 $y=f(x)$ 在点 $(2,f(2))$ 处的切线方程为 $7x-4y-12=0$.
(1) 求 $f(x)$ 的解析式;
(2) 证明: 曲线 $y=f(x)$ 上任一点处的切线与直线 $x=0$ 和直线 $y=x$ 所围成的三角形面积为定值, 并求此定值.

22. 如图, 过圆 $O$ 外一点 $M$ 作它的一条切线, 切点为 $A$, 过 $A$ 点作直线 $AP$ 垂直直线 $OM$, 垂足为 $P$.
(1) 证明: $OM \cdot OP = OA^2$;
(2) $N$ 为线段 $AP$ 上一点, 直线 $NB$ 垂直直线 $ON$, 且交圆 $O$ 于 $B$ 点. 过 $B$ 点的切线交直线 $ON$ 于 $K$. 证明: $\angle OKM = 90^\circ$.




23. 已知曲线 $C_1$: $\begin{cases} x=\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ ($\theta$ 为参数), 曲线 $C_2$: $\begin{cases} x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t-\sqrt{2}, \\ y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}t, \end{cases}$ ($t$ 为参数).
(1) 指出 $C_1$, $C_2$ 各是什么曲线, 并说明 $C_1$ 与 $C_2$ 公共点的个数;
(2) 若把 $C_1$, $C_2$ 上各点的纵坐标都压缩为原来的一半, 分别得到曲线 $C_1{}'$, $C_2{}'$. 写出 $C_1{}'$, $C_2{}'$ 的参数方程. $C_1{}'$ 与 $C_2{}'$ 公共点的个数和 $C_1$ 与 $C_2$ 公共点的个数是否相同? 说明你的理由.

# 2008 普通高等学校招生考试 (山东卷理)

## 一、选择题

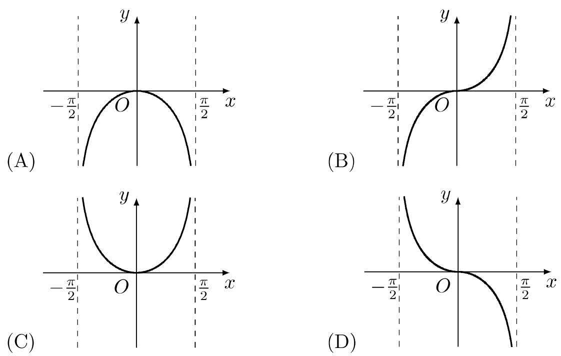
1. 满足 $M\subseteq\{a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4\}$, 且 $M\cap\{a_1,\ a_2,\ a_3\}=\{a_1,\ a_2\}$ 的集合 $M$ 的个数是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 设 $z$ 的共轭复数是 $\overline{z}$, 或 $z+\overline{z}=4$, $z\cdot\overline{z}=8$, 则 $\dfrac{\overline{z}}{z}$ 等于 ( )

(A) i (B) $-$i (C) $\pm1$ (D) $\pm$i

3. 函数 $y=\ln\cos x\left(-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象是 ( )



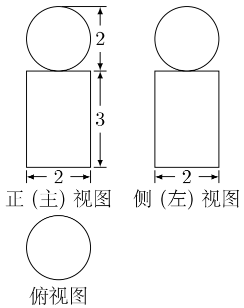

4. 设函数 $f(x)=|x+1|+|x-a|$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称, 则 $a$ 的值为 ( )

(A) 3 (B) 2 (C) 1 (D) $-1$

5. 已知 $\cos\left(\alpha-\dfrac{\pi}{6}\right)+\sin\alpha=\dfrac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin\left(\alpha+\dfrac{7\pi}{6}\right)$ 的值是 ( )

(A) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ (B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$ (C) $-\dfrac{4}{5}$ (D) $\dfrac{4}{5}$

6. 如图是一个几何体的三视图, 根据图中数据, 可得该几何体的表面积是( )




(A) $9\pi$ (B) $10\pi$ (C) $11\pi$ (D) $12\pi$

7. 在某地的奥运火炬传递活动中, 有编号为 1, 2, 3, $\cdots$, 18 的 18 名火炬手. 若从中任选 3 人, 则选出的火炬手的编号能组成 3 为公差的等差数列的概率为 ( )

(A) $\dfrac{1}{51}$ (B) $\dfrac{1}{68}$ (C) $\dfrac{1}{306}$ (D) $\dfrac{1}{408}$

8. 如图是根据《山东统计年鉴 2007》中的资料作成的 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的茎叶图. 图中左边的数字从左到右分别表示城镇居民百户家庭人口数的百位数字和十位数字, 右边的数字表示城镇居民百户家庭人口数的个位数字, 从图中可以得到 1997 年至 2006 年我省城镇居民百户家庭人口数的平均数为 ( )

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 29 | 1 | 1 | 5 | 8 |
| 30 | 2 | 6 | | |
| 31 | 0 | 2 | 4 | 7 |

(A) 304.6 (B) 303.6 (C) 302.6 (D) 301.6

9. $\left(x-\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{12}$ 展开式中的常数项为 ( )

(A) $-1320$ (B) 1320 (C) $-220$ (D) 220

10. 设椭圆 $C_1$ 的离心率为 $\dfrac{5}{13}$, 焦点在 $x$ 轴上且长轴长为 25. 若曲线 $C_2$ 上的点到椭圆 $C_1$ 的两个焦点的距离的差的绝对值等于 8, 则曲线 $C_2$ 的标准方程为 ( )

(A) $\dfrac{x^2}{4^2}-\dfrac{y^2}{3^2}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{13^2}-\dfrac{y^2}{5^2}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{3^2}-\dfrac{y^2}{4^2}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{13^2}-\dfrac{y^2}{12^2}=1$

11. 已知圆的方程为 $x^2+y^2-6x-8y=0$. 设该圆过点 $(3,5)$ 的最长弦和最短弦分别为 $AC$ 和 $BD$, 则四边形 $ABCD$ 的面积为 ( )

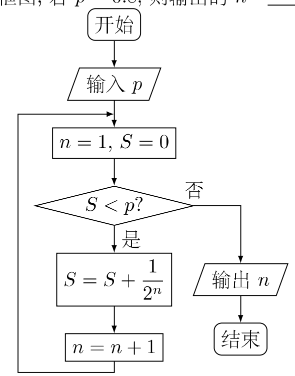
(A) $10\sqrt{6}$ (B) $20\sqrt{6}$ (C) $30\sqrt{6}$ (D) $40\sqrt{6}$

12. 设二元一次不等式组 $\begin{cases}x+2y-19\geqslant0,\\ x-y+8\geqslant0,\\ 2x+y-14\leqslant0\end{cases}$ 所表示的平面区域为 $M$, 使函数 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$ 的图象过区域 $M$ 的 $a$ 的取值范围是 ( )

(A) $[1,3]$ (B) $\left[2,\sqrt{10}\right]$ (C) $[2,9]$ (D) $\left[\sqrt{10},9\right]$

## 二、填空题

13. 执行下面的程序框图, 若 $p=0.8$, 则输出的 $n=$______.




14. 设函数 $f(x)=ax^2+c$ $(a\neq0)$. 若 $\displaystyle\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=f(x_0)$, $0\leqslant x_0\leqslant1$, 则 $x_0$ 的值为______.

15. 已知 $a$, $b$, $c$ 为 $\triangle ABC$ 的三个内角 $A$, $B$, $C$ 的对边, 向量 $\boldsymbol{m}=(\sqrt{3},-1)$, $\boldsymbol{n}=(\cos A,\sin A)$. 若 $\boldsymbol{m}\perp\boldsymbol{n}$, 且 $a\cos B+b\cos A=c\sin C$, 则角 $B=$______.

16. 若不等式 $|3x-b|<4$ 的解集中的整数有且仅有 1, 2, 3, 则 $b$ 的取值范围为______.

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin(\omega x+\varphi)-\cos(\omega x+\varphi)$ $(0<\varphi<\pi,\ \omega>0)$ 为偶函数, 且函数 $y=f(x)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 求 $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ 的值;

(2) 将函数 $y=f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后, 再将得到的图象上各点的横坐标舒畅长到原来的 4 倍, 纵坐标不变, 得到函数 $y=g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 的单调递减区间.

18. 甲、乙两队参加奥运知识竞赛, 每队 3 人, 每人回答一个问题, 答对者为本队赢得一分, 答错得零分. 假设甲队中每人答对的概率均为 $\dfrac{2}{3}$, 乙队中 3 人答对的概率分别为 $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{2}{3}$, $\dfrac{1}{2}$ 且各人正确与否相互之间没有影响. 用 $\xi$ 表示甲队的总得分.

(1) 求随机变量 $\xi$ 分布列和数学期望;

(2) 用 $A$ 表示"甲、乙两个队总得分之和等于 3"这一事件, 用 $B$ 表示"甲队总得分大于乙队总得分"这一事件, 求 $P(AB)$.

19. 将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表:

$$\begin{array}{llll} a_1 & & & \\ a_2 & a_3 & & \\ a_4 & a_5 & a_6 & \\ a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ \cdots\cdots & & & \end{array}$$

记表中的第一列数 $a_1, a_2, a_4, a_7, \cdots$ 构成的数列为 $\{b_n\}$, $b_1 = a_1 = 1$. $S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和, 且满足 $\dfrac{2b_n}{b_nS_n - S_n^2} = 1\ (n \geqslant 2)$.

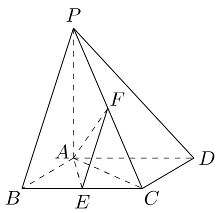
(1) 证明数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 成等差数列, 并求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(2) 上表中, 若从第三行起, 每一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列, 且公比为同一个正数. 当 $a_{81} = -\dfrac{4}{91}$ 时, 求上表中第 $k\ (k \geqslant 3)$ 行所有项和的和.

20. 如图, 已知四棱锥 $P-ABCD$, 底面 $ABCD$ 为菱形, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, $\angle ABC = 60°$, $E$, $F$ 分别是 $BC$, $PC$ 的中点.

(1) 证明: $AE \perp PD$;

(2) 若 $H$ 为 $PD$ 上的动点, $EH$ 与平面 $PAD$ 所成最大角的正切值为 $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$, 求二面角 $E-AF-C$ 的余弦值.




21. 已知函数 $f(x) = \dfrac{1}{(1-x)^n} + a\ln(x-1)$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$, $a$ 为常数.

(1) 当 $n = 2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的极值;

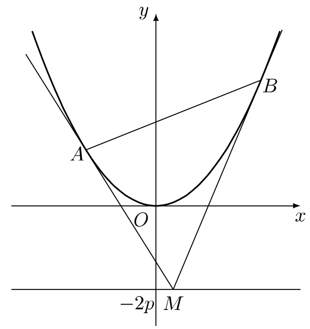
(2) 当 $a = 1$ 时, 证明: 对任意的正整数 $n$, 当 $x \geqslant 2$ 时, 有 $f(x) \leqslant x - 1$.

22. 如图, 设抛物线方程为 $x^2 = 2py\ (p > 0)$, $M$ 为直线 $y = -2p$ 上任意一点, 过 $M$ 引抛物线的切线, 切点分别为 $A$, $B$.

(1) 求证: $A$, $M$, $B$ 三点的横坐标成等差数列;

(2) 已知当 $M$ 点的坐标为 $(2, -2p)$ 时, $|AB| = 4\sqrt{10}$, 求此时抛物线的方程;

(3) 是否存在点 $M$, 使得点 $C$ 关于直线 $AB$ 的对称点 $D$ 在抛物线 $x^2 = 2py$ $(p > 0)$ 上, 其中, 点 $C$ 满足 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ ($O$ 为坐标原点). 若存在, 求出所有适合题意的点 $M$ 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



# 2008 普通高等学校招生考试 (山东卷文)

## 一、选择题

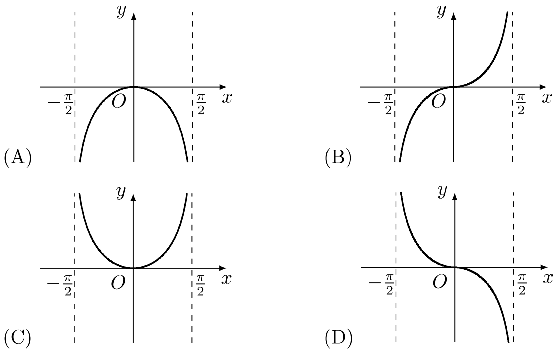
1. 满足 $M \subseteq \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 且 $M \cap \{a_1, a_2, a_3\} = \{a_1, a_2\}$ 的集合 $M$ 的个数是 ( )

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

2. 设 $z$ 的共轭复数是 $\overline{z}$, 或 $z + \overline{z} = 4$, $z \cdot \overline{z} = 8$, 则 $\dfrac{\overline{z}}{z}$ 等于 ( )

(A) i　　(B) $-$i　　(C) $\pm 1$　　(D) $\pm$i

3. 函数 $y = \ln\cos x \left(-\dfrac{\pi}{2} < x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象是 ( )



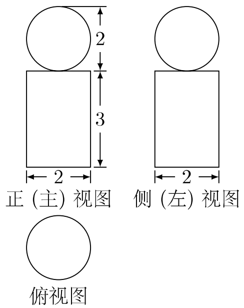

4. 给出命题: 若函数 $y = f(x)$ 是幂函数, 则函数 $y = f(x)$ 的图象不过第四象限. 在它的逆命题、否命题、逆否命题三个命题中, 真命题的个数是( )

(A) 3　　(B) 2　　(C) 1　　(D) 0

5. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2, & x \leqslant 1, \\ x^2 + x - 2, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f\left(\dfrac{1}{f(2)}\right)$ 的值为 ( )

(A) $\dfrac{15}{16}$　　(B) $-\dfrac{27}{16}$　　(C) $\dfrac{8}{9}$　　(D) 18

6. 如图是一个几何体的三视图, 根据图中数据, 可得该几何体的表面积是( )




(A) $9\pi$　　(B) $10\pi$　　(C) $11\pi$　　(D) $12\pi$

7. 不等式 $\dfrac{x+5}{(x-1)^2} \geqslant 2$ 的解集是 ( )

(A) $\left[-3, \dfrac{1}{2}\right]$　　(B) $\left[-\dfrac{1}{2}, 3\right]$

(C) $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$　　(D) $\left[-\dfrac{1}{2}, 1\right) \cup (1, 3]$

8. 已知 $a, b, c$ 为 $\triangle ABC$ 的三个内角 $A, B, C$ 的对边, 向量 $\boldsymbol{m} = (\sqrt{3}, -1)$, $\boldsymbol{n} = (\cos A, \sin A)$. 若 $\boldsymbol{m} \perp \boldsymbol{n}$, 且 $a\cos B + b\cos A = c\sin C$, 则角 $A, B$ 的大小分别为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{3}$　　(B) $\dfrac{2\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}$　　(C) $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{6}$　　(D) $\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}$

9. 从某项综合能力测试中抽取 100 人的成绩, 统计如表, 则这 100 人成绩的标准差为 ( )

| 分数 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 |
|---|---|---|---|---|---|
| 人数 | 20 | 10 | 30 | 30 | 10 |

(A) $\sqrt{3}$　　(B) $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$　　(C) 3　　(D) $\dfrac{8}{5}$

10. 已知 $\cos\left(\alpha - \dfrac{\pi}{6}\right) + \sin\alpha = \dfrac{4}{5}\sqrt{3}$, 则 $\sin\left(\alpha + \dfrac{7\pi}{6}\right)$ 的值是 ( )

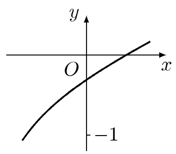
(A) $-\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　(B) $\dfrac{2\sqrt{3}}{5}$　　(C) $-\dfrac{4}{5}$　　(D) $\dfrac{4}{5}$

11. 若圆 $C$ 的半径为 1, 圆心在第一象限, 且与直线 $4x - 3y = 0$ 和 $x$ 轴相切, 则该圆的标准方程是 ( )

(A) $(x-3)^2 + \left(y - \dfrac{7}{3}\right)^2 = 1$　　(B) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 1$

(C) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$　　(D) $\left(x - \dfrac{3}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1$

12. 已知函数 $f(x) = \log_a(2^x + b - 1)$ $(a > 0, a \neq 1)$ 的图象如图所示, 则 $a, b$ 满足的关系是 ( )



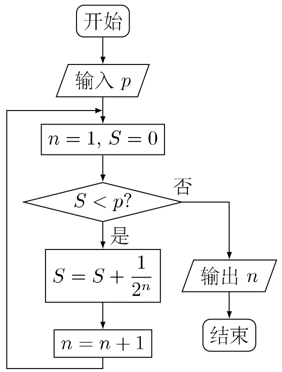

(A) $0 < a^{-1} < b < 1$　　(B) $0 < b < a^{-1} < 1$

(C) $0 < b^{-1} < a < -1$　　(D) $0 < a^{-1} < b^{-1} < 1$

## 二、填空题

13. 已知圆 $C$: $x^2 + y^2 - 6x - 4y + 8 = 0$. 以圆 $C$ 与坐标轴的交点分别作为双曲线的一个焦点和顶点, 则适合上述条件的双曲线的标准方程为______.

14. 执行下面的程序框图, 若 $p = 0.8$, 则输出的 $n =$______.




15. 已知 $f(3^x) = 4x\log_2 3 + 233$, 则 $f(2) + f(4) + f(8) + \cdots + f(2^8)$ 的值等于______.

16. 设 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x - y + 2 \geqslant 0, \\ 5x - y - 10 \leqslant 0, \\ x \geqslant 0, \\ y \geqslant 0, \end{cases}$ 则 $z = 2x + y$ 的最大值为______.

## 三、解答题

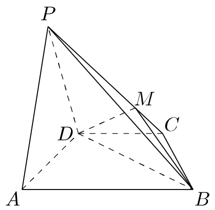
17. 已知函数 $f(x) = \sqrt{3}\sin(\omega x + \varphi) - \cos(\omega x + \varphi)$ $(0 < \varphi < \pi, \omega > 0)$ 为偶函数, 且函数 $y = f(x)$ 图象的两相邻对称轴间的距离为 $\dfrac{\pi}{2}$.

(1) 求 $f\left(\dfrac{\pi}{8}\right)$ 的值;

(2) 将函数 $y = f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位后, 得到函数 $y = g(x)$ 的图象, 求 $g(x)$ 的单调递减区间.

18. 现有 8 名奥运会志愿者, 其中志愿者 $A_1$、$A_2$、$A_3$ 通晓日语, $B_1$、$B_2$、$B_3$ 通晓俄语, $C_1$、$C_2$ 通晓韩语. 从中选出通晓日语、俄语和韩语的志愿者各 1 名, 组成一个小组.
(1) 求 $A_1$ 被选中的概率;
(2) 求 $B_1$ 和 $C_1$ 不全被选中的概率.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 平面 $PAD\perp$ 平面 $ABCD$, $AB /\!/ DC$, $\triangle PAD$ 是等边三角形, 已知 $BD=2AD=8$, $AB=2DC=4\sqrt{5}$.
(1) 设 $M$ 是 $PC$ 上的一点, 证明: 平面 $MBD\perp$ 平面 $PAD$;
(2) 求四棱锥 $P-ABCD$ 的体积.




20. 将数列 $\{a_n\}$ 中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表:

$$\begin{array}{llll} a_1 & & & \\ a_2 & a_3 & & \\ a_4 & a_5 & a_6 & \\ a_7 & a_8 & a_9 & a_{10} \\ \cdots\cdots & & & \end{array}$$

记表中的第一列数 $a_1, a_2, a_4, a_7, \cdots$ 构成的数列为 $\{b_n\}$, $b_1=a_1=1$. $S_n$ 为数列 $\{b_n\}$ 的前 $n$ 项和, 且满足 $\dfrac{2b_n}{b_nS_n-S_n^2}=1\ (n\geqslant 2)$.
(1) 证明数列 $\left\{\dfrac{1}{S_n}\right\}$ 成等差数列, 并求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;
(2) 上表中, 若从第三行起, 每一行中的数按从左到右的顺序均构成等比数列, 且公比为同一个正数. 当 $a_{81}=-\dfrac{4}{91}$ 时, 求上表中第 $k\ (k\geqslant 3)$ 行所有项和的和.

21. 设函数 $f(x)=x^2\mathrm{e}^{x-1}+ax^3+bx^2$, 已知 $x=-2$ 和 $x=1$ 为 $f(x)$ 的极值点.
(1) 求 $a$ 和 $b$ 的值;
(2) 讨论 $f(x)$ 的单调性;
(3) 设 $g(x)=\dfrac{2}{3}x^3-x^2$, 试比较 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的大小.

22. 已知曲线 $C_1$: $\dfrac{|x|}{a}+\dfrac{|y|}{b}=1\ (a>b>0)$ 所围成的封闭图形的面积为 $4\sqrt{5}$, 曲线 $C_1$ 的内切圆半径为 $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. 记 $C_2$ 为以曲线 $C_1$ 与坐标轴的交点为顶点的椭圆.
(1) 求椭圆 $C_2$ 的标准方程;
(2) 设 $AB$ 是过椭圆 $C_2$ 中心的任意弦, $l$ 是线段 $AB$ 的垂直平分线. $M$ 是 $l$ 上异于椭圆中心的点.
① 若 $|MO|=\lambda|OA|$ ($O$ 为坐标原点), 当点 $A$ 在椭圆 $C_2$ 上运动时, 求点 $M$ 的轨迹方程;
② 若 $M$ 是 $l$ 与椭圆 $C_2$ 的交点, 求 $\triangle AMB$ 的面积的最小值.

# 2008 普通高等学校招生考试 (陕西卷理)

## 一、选择题

1. 复数 $\dfrac{\mathrm{i}(2+\mathrm{i})}{1-2\mathrm{i}}$ 等于 ( )

(A) i (B) $-$i (C) 1 (D) $-1$

2. 已知全集 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, 集合 $A=\{x\,|\,x^2-3x+2=0\}$, $B=\{x\,|\,x=2a,\ a\in A\}$, 则集合 $\complement_U(A\cup B)$ 中元素的个数为 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 的对边分别为 $a$, $b$, $c$. 若 $c=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{6}$, $B=120^\circ$, 则 $a$ 等于 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) 2 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{2}$

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1+a_2=4$, $a_7+a_8=28$, 则该数列前 10 项和 $S_{10}$ 等于 ( )

(A) 64 (B) 100 (C) 110 (D) 120

5. 直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切, 则实数 $m$ 等于( )

(A) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (B) $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ (C) $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (D) $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6. "$a=\dfrac{1}{8}$"是"对任意的正数 $x$, $2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

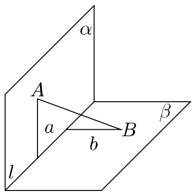
7. 已知函数 $f(x)=2^{x+3}$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若 $mn=16$ $(m,n\in\mathbf{R}^+)$, 则 $f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$ 的值为 ( )

(A) $-2$ (B) 1 (C) 4 (D) 10

8. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\,b>0)$ 的左、右焦点分别是 $F_1$, $F_2$, 过 $F_1$ 作倾斜角为 $30^\circ$ 的直线交双曲线右支于 $M$ 点. 若 $MF_2$ 垂直于 $x$ 轴, 则双曲线的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

9. 如图, $\alpha\perp\beta$, $\alpha\cap\beta=l$, $A\in\alpha$, $B\in\beta$, $A$, $B$ 到 $l$ 的距离分别是 $a$ 和 $b$, $AB$ 与 $\alpha$, $\beta$ 所成的角分别是 $\theta$ 和 $\varphi$, $AB$ 在 $\alpha$, $\beta$ 内的射影分别是 $m$ 和 $n$, 若 $a>b$, 则 ( )




(A) $\theta>\varphi$, $m>n$ (B) $\theta>\varphi$, $m<n$
(C) $\theta<\varphi$, $m<n$ (D) $\theta<\varphi$, $m>n$

10. 已知实数 $x$, $y$ 满足 $\begin{cases} y\geqslant 1, \\ y\leqslant 2x-1, \\ x+y\leqslant m, \end{cases}$ 如果目标函数 $z=x-y$ 的最小值为 $-1$, 则实数 $m$ 等于 ( )

(A) 7 (B) 5 (C) 4 (D) 3

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$ $(x,\,y\in\mathbf{R})$, $f(1)=2$, 则 $f(-3)$ 等于 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9

12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0a_1a_2$, $a_i\in\{0,\ 1\}$ $(i=0,\ 1,\ 2)$, 传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, 其中 $h_0=a_0\oplus a_1$, $h_1=h_0\oplus a_2$, $\oplus$ 运算规则为: $0\oplus 0=0$, $0\oplus 1=1$, $1\oplus 0=1$, $1\oplus 1=0$. 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ( )

(A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

## 二、填空题

13. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(1+a)n+1}{n+a}=2$, 则 $a=$______.

14. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在球 $O$ 的球面上, 其中 $AB:AD:AA_1=1:1:\sqrt{2}$. $A$, $B$ 两点的球面距离记为 $m$, $A$, $D_1$ 两点的球面距离记为 $n$, 则 $\dfrac{m}{n}$ 的值为______.

15. 关于平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$. 有下列三个命题:
① 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$, 则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$;
② 若 $\boldsymbol{a}=(1,k)$, $\boldsymbol{b}=(-2,6)$, $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $k=-3$;
③ 非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60^\circ$.
其中真命题的序号为______. (写出所有真命题的序号)

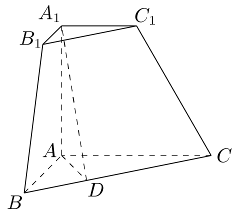
16. 某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有______种. (用数字作答)

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}-2\sqrt{3}\sin^2\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;
(2) 令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. 某射击测试规则为: 每人最多射击 3 次, 击中目标即终止射击, 第 $i$ 次击中目标得 $4-i$ $(i=1,\ 2,\ 3)$ 分, 3 次均未击中目标得 0 分. 已知某射手每次击中目标的概率为 0.8, 其各次射击结果互不影响.
(1) 求该射手恰好射击两次的概率;
(2) 该射手的得分记为 $\xi$, 求随机变量 $\xi$ 的分布列及数学期望.

19. 三棱锥被平行于底面 $ABC$ 的平面所截得的几何体如图所示, 截面为 $A_1B_1C_1$, $\angle BAC=90^\circ$, $A_1A\perp$ 平面 $ABC$, $A_1A=\sqrt{3}$, $AB=\sqrt{2}$, $AC=2$, $A_1C_1=1$, $\dfrac{BD}{DC}=\dfrac{1}{2}$.
(1) 证明: 平面 $A_1AD\perp$ 平面 $BCC_1B_1$;
(2) 求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20. 已知抛物线 $C$: $y=2x^2$, 直线 $y=kx+2$ 交 $C$ 于 $A$, $B$ 两点, $M$ 是线段 $AB$ 的中点, 过 $M$ 作 $x$ 轴的垂线交 $C$ 于点 $N$.
(1) 证明: 抛物线 $C$ 在点 $N$ 处的切线与 $AB$ 平行;
(2) 是否存在实数 $k$ 使 $\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NB}=0$, 若存在, 求 $k$ 的值; 若不存在, 说明理由.

21. 已知函数 $f(x)=\dfrac{kx+1}{x^2+c}$ $(c>0$ 且 $c\neq 1$, $k\in\mathbf{R})$ 恰有一个极大值点和一个极小值点, 其中一个是 $x=-c$.
(1) 求函数 $f(x)$ 的另一个极值点;
(2) 求函数 $f(x)$ 的极大值 $M$ 和极小值 $m$, 并求 $M-m\geqslant 1$ 时 $k$ 的取值范围.

22. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{3}{5}$, $a_{n+1}=\dfrac{3a_n}{2a_n+1}$, $n=1,2,\cdots$.
(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 证明: 对任意的 $x>0$, $a_n\geqslant\dfrac{1}{1+x}-\dfrac{1}{(1+x)^2}\left(\dfrac{2}{3^n}-x\right)$, $n=1,2,\cdots$;
(3) 证明: $a_1+a_2+\cdots+a_n>\dfrac{n^2}{n+1}$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (陕西卷文)

## 一、选择题

1. $\sin 330°$ 等于 ( )

(A) $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2. 已知全集 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$, 集合 $A=\{1,\ 3\}$, $B=\{3,\ 4,\ 5\}$, 则集合 $\complement_U(A\cap B)=$ ( )

(A) $\{3\}$ (B) $\{4,\ 5\}$ (C) $\{3,\ 4,\ 5\}$ (D) $\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$

3. 某林场有树苗 30000 棵, 其中松树苗 4000 棵. 为调查树苗的生长情况, 采用分层抽样的方法抽取一个容量为 150 的样本, 则样本中松树苗的数量为 ( )

(A) 30 (B) 25 (C) 20 (D) 15

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1+a_2=4$, $a_7+a_8=28$, 则该数列前 10 项和 $S_{10}$ 等于 ( )

(A) 64 (B) 100 (C) 110 (D) 120

5. 直线 $\sqrt{3}x-y+m=0$ 与圆 $x^2+y^2-2x-2=0$ 相切, 则实数 $m$ 等于( )

(A) $-3\sqrt{3}$ 或 $\sqrt{3}$ (B) $-3\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ 或 $-\sqrt{3}$ (D) $-\sqrt{3}$ 或 $3\sqrt{3}$

6. "$a=\dfrac{1}{8}$"是"对任意的正数 $x$, $2x+\dfrac{a}{x}\geqslant 1$"的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

7. 已知函数 $f(x)=2^{x+3}$, $f^{-1}(x)$ 是 $f(x)$ 的反函数, 若 $mn=16$ $(m,n\in\mathbf{R}^+)$, 则 $f^{-1}(m)+f^{-1}(n)$ 的值为 ( )

(A) 10 (B) 4 (C) 1 (D) $-2$

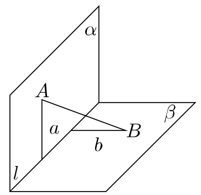
8. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的各顶点都在半径为 1 的球面上, 其中 $AB:AD:AA_1=2:1:\sqrt{3}$, 则两 $A$, $B$ 点的球面距离为 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{3}$ (C) $\dfrac{\pi}{2}$ (D) $\dfrac{2\pi}{3}$

9. 双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>0,\ b>0)$ 的左、右焦点分别是 $F_1$, $F_2$, 过 $F_1$ 作倾斜角为 $30°$ 的直线交双曲线右支于 $M$ 点. 若 $MF_2$ 垂直于 $x$ 轴, 则双曲线的离心率为 ( )

(A) $\sqrt{6}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

10. 如图, $\alpha\perp\beta$, $\alpha\cap\beta=l$, $A\in\alpha$, $B\in\beta$, $A$, $B$ 到 $l$ 的距离分别是 $a$ 和 $b$, $AB$ 与 $\alpha$, $\beta$ 所成的角分别是 $\theta$ 和 $\varphi$, $AB$ 在 $\alpha$, $\beta$ 内的射影分别是 $m$ 和 $n$, 若 $a>b$, 则 ( )




(A) $\theta>\varphi$, $m<n$ (B) $\theta>\varphi$, $m>n$

(C) $\theta<\varphi$, $m<n$ (D) $\theta<\varphi$, $m>n$

11. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x+y)=f(x)+f(y)+2xy$ $(x,\ y\in\mathbf{R})$, $f(1)=2$, 则 $f(-2)$ 等于 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 6 (D) 9

12. 为提高信息在传输中的抗干扰能力, 通常在原信息中按一定规则加入相关数据组成传输信息. 设定原信息为 $a_0a_1a_2$, $a_i\in\{0,\ 1\}$ $(i=0,\ 1,\ 2)$, 传输信息为 $h_0a_0a_1a_2h_1$, 其中 $h_0=a_0\oplus a_1$, $h_1=h_0\oplus a_2$, $\oplus$ 运算规则为: $0\oplus 0=0$, $0\oplus 1=1$, $1\oplus 0=1$, $1\oplus 1=0$. 例如原信息为 111, 则传输信息为 01111. 传输信息在传输过程中受到干扰可能导致接收信息出错, 则下列接收信息一定有误的是 ( )

(A) 11010 (B) 01100 (C) 10111 (D) 00011

## 二、填空题

13. $\triangle ABC$ 的内角 $A$, $B$, $C$ 的对边分别为 $a$, $b$, $c$, 若 $c=\sqrt{2}$, $b=\sqrt{6}$, $B=120°$, 则 $a=$______.

14. $\left(1-\dfrac{2}{x}\right)^7$ 的展开式中 $\dfrac{1}{x^2}$ 的系数为______. (用数字作答)

15. 关于平面向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$. 有下列三个命题:

① 若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{c}$, 则 $\boldsymbol{b}=\boldsymbol{c}$;

② 若 $\boldsymbol{a}=(1,k)$, $\boldsymbol{b}=(-2,6)$, $\boldsymbol{a}\parallel\boldsymbol{b}$, 则 $k=-3$;

③ 非零向量 $\boldsymbol{a}$ 和 $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|$, 则 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $60°$.

其中真命题的序号为______. (写出所有真命题的序号)

16. 某地奥运火炬接力传递路线共分 6 段, 传递活动分别由 6 名火炬手完成. 如果第一棒火炬手只能从甲、乙、丙三人中产生, 最后一棒火炬手只能从甲、乙两人中产生, 则不同的传递方案共有______种. (用数字作答)

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=2\sin\dfrac{x}{4}\cos\dfrac{x}{4}+\sqrt{3}\cos\dfrac{x}{2}$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及最值;

(2) 令 $g(x)=f\left(x+\dfrac{\pi}{3}\right)$, 判断函数 $g(x)$ 的奇偶性, 并说明理由.

18. 一个口袋中装有大小相同的 2 个红球,3 个黑球和 4 个白球, 从口袋中一次摸出一个球, 摸出的球不再放回.

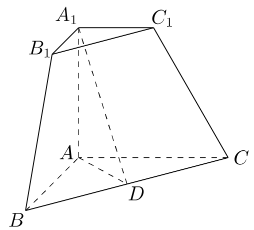
(1) 连续摸球 2 次, 求第一次摸出黑球, 第二次摸出白球的概率;

(2) 如果摸出红球, 则停止摸球, 求摸球次数不超过 3 次的概率.

19. 三棱锥被平行于底面 $ABC$ 的平面所截得的几何体如图所示, 截面为 $A_1B_1C_1$, $\angle BAC=90°$, $A_1A\perp$ 平面 $ABC$, $A_1A=\sqrt{3}$, $AB=AC=2A_1C_1=2$, $D$ 为 $BC$ 中点.

(1) 证明: 平面 $A_1AD\perp$ 平面 $BCC_1B_1$;

(2) 求二面角 $A-CC_1-B$ 的大小.



20. 已知数列 $\{a_n\}$ 的首项 $a_1=\dfrac{2}{3}$, $a_{n+1}=\dfrac{2a_n}{a_n+1}$, $n=1, 2, \cdots$.

(1) 证明: 数列 $\left\{\dfrac{1}{a_n}-1\right\}$ 是等比数列;

(2) 数列 $\left\{\dfrac{n}{a_n}\right\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$.

21. 已知抛物线 $C$: $y=2x^2$, 直线 $y=kx+2$ 交 $C$ 于 $A$, $B$ 两点, $M$ 是线段 $AB$ 的中点, 过 $M$ 作 $x$ 轴的垂线交 $C$ 于点 $N$.

(1) 证明: 抛物线 $C$ 在点 $N$ 处的切线与 $AB$ 平行;

(2) 是否存在实数 $k$ 使 $\overrightarrow{NA}\cdot\overrightarrow{NB}=0$, 若存在, 求 $k$ 的值; 若不存在, 说明理由.

22. 设函数 $f(x)=x^3+ax^2-a^2x+1$, $g(x)=ax^2-2x+1$, 其中实数 $a\neq 0$.

(1) 若 $a>0$, 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 当函数 $y=f(x)$ 与 $y=g(x)$ 的图象只有一个公共点且 $g(x)$ 存在最小值时, 记 $g(x)$ 的最小值为 $h(a)$, 求 $h(a)$ 的值域;

(3) 若 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在区间 $(a,a+2)$ 内均为增函数, 求 $a$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (上海卷理)

## 一、填空题

1. 不等式 $|x-1|<1$ 的解集是______.

2. 若集合 $A=\{x\mid x\leqslant 2\}$、$B=\{x\mid x\geqslant a\}$ 满足 $A\cap B=\{2\}$, 则实数 $a=$______.

3. 若复数 $z$ 满足 $z=\mathrm{i}(2-z)$ (i 是虚数单位), 则 $z=$______.

4. 若函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)=x^2\ (x>0)$, 则 $f(4)=$______.

5. 若向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$______.

6. 函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin x+\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+x\right)$ 的最大值是______.

7. 在平面直角坐标系中, 从六个点: $A(0,0)$、$B(2,0)$、$C(1,1)$、$D(0,2)$、$E(2,2)$、$F(3,3)$ 中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是______. (结果用分数表示)

8. 设函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数. 若当 $x\in(0,+\infty)$ 时, $f(x)=\lg x$, 则满足 $f(x)>0$ 的 $x$ 的取值范围是______.

9. 已知总体的各个体的值由小到大依次为 2, 3, 3, 7, $a$, $b$,12, 13.7, 18.3, 20, 且总体的中位数为 10.5. 若要使该总体的方差最小, 则 $a$、$b$ 的取值分别是______.

10. 某海域内有一孤岛, 岛四周的海平面 (视为平面) 上有一浅水区 (含边界), 其边界是长轴长为 $2a$, 短轴长为 $2b$ 的椭圆. 已知岛上甲、乙导航灯的海拔高度分别为 $h_1$、$h_2$, 且两个导航灯在海平面上的投影恰好落在椭圆的两个焦点上, 现有船只经过该海域 (船只的大小忽略不计), 在船上测得甲、乙导航灯的仰角分别为 $\theta_1$、$\theta_2$, 那么船只已进入该浅水区的判别条件是______.

11. 方程 $x^2+\sqrt{2}x-1=0$ 的解可视为函数 $y=x+\sqrt{2}$ 的图象与函数 $y=\dfrac{1}{x}$ 的图象交点的横坐标. 若 $x^4+ax-4=0$ 的各个实根 $x_1, x_2, \cdots, x_k\ (k\leqslant 4)$ 所对应的点 $\left(x_i, \dfrac{4}{x_i}\right)$ $(i=1, 2, \cdots, k)$ 均在直线 $y=x$ 的同侧, 则实数 $a$ 的取值范围是______.

## 二、选择题

12. 组合数 $\mathrm{C}_n^r\ (n>r\geqslant 1, n、r\in\mathbf{Z})$ 恒等于 ( )

(A) $\dfrac{r+1}{n+1}\mathrm{C}_{n-1}^{r-1}$ (B) $(n+1)(r+1)\mathrm{C}_{n-1}^{r-1}$

(C) $nr\mathrm{C}_{n-1}^{r-1}$ (D) $\dfrac{n}{r}\mathrm{C}_{n-1}^{r-1}$

13. 给定空间中的直线 $l$ 及平面 $\alpha$, 条件"直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 内无数条直线都垂直"是"直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 垂直"的 ( )

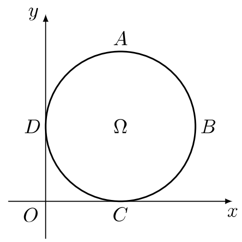
(A) 充要条件 (B) 充分非必要条件

(C) 必要非充分条件 (D) 既非充分又非必要条件

14. 若数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公比为 $a-\dfrac{3}{2}$ 的无穷等比数列, 且 $\{a_n\}$ 各项的和为 $a$, 则 $a$ 的值是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{5}{4}$

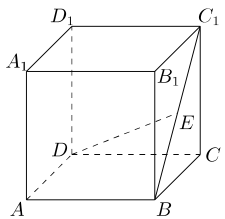
15. 如图, 在平面直角坐标系中, $\Omega$ 是一个与 $x$ 轴的正半轴、$y$ 轴的正半轴分别相切于点 $C$、$D$ 的定圆所围成区域 (含边界), $A$、$B$、$C$、$D$ 是该圆的四等分点. 若点 $P(x,y)$、点 $P'(x',y')$ 满足 $x\leqslant x'$ 且 $y\geqslant y'$, 则称 $P$ 优于 $P'$. 如果 $\Omega$ 中的点 $Q$ 满足: 不存在 $\Omega$ 中的其它点优于 $Q$, 那么所有这样的点 $Q$ 组成的集合是劣弧 ( )



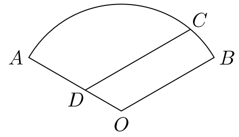

(A) $\overset{\frown}{AB}$ (B) $\overset{\frown}{BC}$ (C) $\overset{\frown}{CD}$ (D) $\overset{\frown}{DA}$

## 三、解答题

16. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $E$ 是 $BC_1$ 的中点. 求直线 $DE$ 与平面 $ABCD$ 所成角的大小. (结果用反三角函数表示)




17. 如图, 某住宅小区的平面图呈圆心角为 120° 的扇形 $AOB$. 小区的两个出入口设置在点 $A$ 及点 $C$ 处, 且小区里有一条平行于 $BO$ 的小路 $CD$, 已知某人从 $C$ 沿 $CD$ 走到 $D$ 用了 10 分钟, 从 $D$ 沿 $DA$ 走到 $A$ 用了 6 分钟, 若此人步行的速度为每分钟 50 米, 求该扇形的半径 $OA$ 的长. (精确到 1 米)




18. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$, $g(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$, 直线 $x=t\ (t\in\mathbf{R})$ 与函数 $f(x)$、$g(x)$ 的图象分别交于 $M$、$N$ 两点.

(1) 当 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 时, 求 $|MN|$ 的值;

(2) 求 $|MN|$ 在 $t\in\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ 时的最大值.

19. 已知函数 $f(x)=2^x-\dfrac{1}{2^{|x|}}$.

(1) 若 $f(x)=2$, 求 $x$ 的值;

(2) 若 $2^tf(2t)+mf(t)\geqslant 0$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

20. 设 $P(a,b)$ $(b\neq 0)$ 是平面直角坐标系 $xOy$ 中的点, $l$ 是经过原点与点 $(1,b)$ 的直线, 记 $Q$ 是直线 $l$ 与抛物线 $x^2=2py$ $(p\neq 0)$ 的异于原点的交点.

(1) 已知 $a=1$, $b=2$, $p=2$, 求点 $Q$ 的坐标;

(2) 已知点 $P(a,b)$ $(ab\neq 0)$ 在椭圆 $\dfrac{x^2}{4}+y^2=1$ 上, $p=\dfrac{1}{2ab}$, 求证: 点 $Q$ 落在双曲线 $4x^2-4y^2=1$ 上;

(3) 已知动点 $P(a,b)$ 满足 $ab\neq 0$, $p=\dfrac{1}{2ab}$, 若点 $Q$ 始终落在一条关于 $x$ 轴对称的抛物线上, 试问动点 $P$ 的轨迹落在哪种二次曲线上, 并说明理由.

21. 已知以 $a_1$ 为首项的数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+1}=\begin{cases}a_n+c, & a_n<3,\\ \dfrac{a_n}{d}, & a_n\geqslant 3.\end{cases}$

(1) 当 $a_1=1$, $c=1$, $d=3$ 时, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 当 $0<a_1<1$, $c=1$, $d=3$ 时, 试用 $a_1$ 表示数列 $\{a_n\}$ 的前 100 项的和 $S_{100}$;

(3) 当 $0<a_1<\dfrac{1}{m}$ ($m$ 是正整数), $c=\dfrac{1}{m}$, 正整数 $d\geqslant 3m$ 时, 求证: 数列 $a_2-\dfrac{1}{m}$, $a_{3m+2}-\dfrac{1}{m}$, $a_{6m+2}-\dfrac{1}{m}$, $a_{9m+2}-\dfrac{1}{m}$ 成等比数列当且仅当 $d=3m$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (上海卷文)

## 一、填空题

1. 不等式 $|x-1|<1$ 的解集是______.

2. 若集合 $A=\{x\mid x\leqslant 2\}$、$B=\{x\mid x\geqslant a\}$ 满足 $A\cap B=\{2\}$, 则实数 $a=$______.

3. 若复数 $z$ 满足 $z=\mathrm{i}(2-z)$ (i 是虚数单位), 则 $z=$______.

4. 若函数 $f(x)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)=\log_2 x$, 则 $f(x)=$______.

5. 若向量 $\boldsymbol{a}$、$\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, 且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\dfrac{\pi}{3}$, 则 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$______.

6. 若直线 $ax-y+1=0$ 经过抛物线 $y^2=4x$ 的焦点, 则实数 $a=$______.

7. 若 $z$ 是实系数方程 $x^2+2x+p=0$ 的一个虚根, 且 $|z|=2$, 则 $p=$______.

8. 在平面直角坐标系中, 从五个点: $A(0,0)$、$B(2,0)$、$C(1,1)$、$D(0,2)$、$E(2,2)$ 中任取三个, 这三点能构成三角形的概率是______. (结果用分数表示)

9. 若函数 $f(x)=(x+a)(bx+2a)$ (常数 $a$, $b\in\mathbf{R}$) 是偶函数, 且它的值域为 $(-\infty,4]$, 则该函数的解析式 $f(x)=$______.

10. 已知总体的各个体的值由小到大依次为 2, 3, 3, 7, $a$, $b$,12, 13.7, 18.3, 20, 且总体的中位数为 10.5. 若要使该总体的方差最小, 则 $a$、$b$ 的取值分别是______.

11. 在平面直角坐标系中, 点 $A$、$B$、$C$ 的坐标分别为 $(0,1)$、$(4,2)$、$(2,6)$. 如果 $P(x,y)$ 是 $\triangle ABC$ 围成的区域 (含边界) 上的点, 那么当 $w=xy$ 取到最大值时, 点 $P$ 的坐标是______.

## 二、选择题

12. 设 $P$ 是椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$ 上的点. 若 $F_1$、$F_2$ 是椭圆的两个焦点, 则 $|PF_1|+|PF_2|$ 等于 ( )

(A) 4 (B) 5 (C) 8 (D) 10

13. 给定空间中的直线 $l$ 及平面 $\alpha$, 条件"直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 内无数条直线都垂直"是"直线 $l$ 与平面 $\alpha$ 垂直"的 ( )

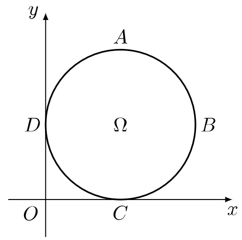
(A) 充分非必要条件 (B) 必要非充分条件

(C) 充要条件 (D) 既非充分又非必要条件

14. 若数列 $\{a_n\}$ 是首项为 1, 公比为 $a-\dfrac{3}{2}$ 的无穷等比数列, 且 $\{a_n\}$ 各项的和为 $a$, 则 $a$ 的值是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{5}{4}$

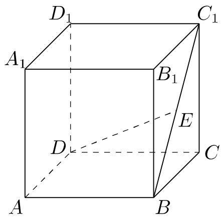
15. 如图, 在平面直角坐标系中, $\Omega$ 是一个与 $x$ 轴的正半轴、$y$ 轴的正半轴分别相切于点 $C$、$D$ 的定圆所围成区域 (含边界), $A$、$B$、$C$、$D$ 是该圆的四等分点. 若点 $P(x,y)$、点 $P'(x',y')$ 满足 $x\leqslant x'$ 且 $y\geqslant y'$, 则称 $P$ 优于 $P'$. 如果 $\Omega$ 中的点 $Q$ 满足: 不存在 $\Omega$ 中的其它点优于 $Q$, 那么所有这样的点 $Q$ 组成的集合是劣弧 ( )



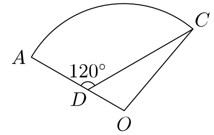

(A) $\overset{\frown}{AB}$ (B) $\overset{\frown}{BC}$ (C) $\overset{\frown}{CD}$ (D) $\overset{\frown}{DA}$

## 三、解答题

16. 如图, 在棱长为 2 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $E$ 是 $BC_1$ 的中点. 求直线 $DE$ 与平面 $ABCD$ 所成角的大小. (结果用反三角函数表示)




17. 如图, 某住宅小区的平面图呈扇形 $AOC$. 小区的两个出入口设置在点 $A$ 及点 $C$ 处, 小区里有两条笔直的小路 $AD$、$DC$, 且拐弯处的转角为 $120°$. 已知某人从 $C$ 沿 $CD$ 走到 $D$ 用了 10 分钟, 从 $D$ 沿 $DA$ 走到 $A$ 用了 6 分钟. 若此人步行的速度为每分钟 50 米, 求该扇形的半径 $OA$ 的长. (精确到 1 米)




18. 已知函数 $f(x)=\sin 2x$, $g(x)=\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$, 直线 $x=t$ $(t\in\mathbf{R})$ 与函数 $f(x)$、$g(x)$ 的图象分别交于 $M$、$N$ 两点.

(1) 当 $t=\dfrac{\pi}{4}$ 时, 求 $|MN|$ 的值;

(2) 求 $|MN|$ 在 $t\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$ 时的最大值.

19. 已知函数 $f(x)=2^x-\dfrac{1}{2^{|x|}}$.

(1) 若 $f(x)=2$, 求 $x$ 的值;

(2) 若 $2^t f(2t)+mf(t)\geqslant 0$ 对于 $t\in[1,2]$ 恒成立, 求实数 $m$ 的取值范围.

20. 已知双曲线 $C$: $\dfrac{x^2}{2}-y^2=1$.

(1) 求双曲线 $C$ 的渐近线方程;

(2) 已知点 $M$ 的坐标为 $(0,1)$. 设 $P$ 是双曲线 $C$ 上的点, $Q$ 是点 $P$ 关于原点的对称点. 记 $\lambda=\overrightarrow{MP}\cdot\overrightarrow{MQ}$, 求 $\lambda$ 的取值范围;

(3) 已知点 $D$、$E$、$M$ 的坐标分别为 $(-2,-1)$、$(2,-1)$、$(0,1)$, $P$ 为双曲线 $C$ 上在第一象限内的点. 记 $l$ 为经过原点与点 $P$ 的直线, $s$ 为 $\triangle DEM$ 截直线 $l$ 所得线段的长. 试将 $s$ 表示为直线 $l$ 的斜率 $k$ 的函数.

21. 已知数列 $\{a_n\}$: $a_1=1$, $a_2=2$, $a_3=r$, $a_{n+3}=a_n+2$ ($n$ 是正整数), 与数列 $\{b_n\}$: $b_1=1$, $b_2=0$, $b_3=-1$, $b_4=0$, $b_{n+4}=b_n$ ($n$ 是正整数). 记 $T_n=b_1a_1+b_2a_2+b_3a_3+\cdots+b_na_n$.

(1) 若 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{12}=64$, 求 $r$ 的值;

(2) 求证: 当 $n$ 是正整数时, $T_{12n}=-4n$;

(3) 已知 $r>0$, 且存在正整数 $m$, 使得在 $T_{12m+1}, T_{12m+2}, \cdots, T_{12m+12}$ 中有 4 项为 100, 求 $r$ 的值, 并指出哪 4 项为 100.

# 2008 普通高等学校招生考试 (四川卷理)

## 一、选择题

1. 设集合 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 4\}$, 则 $\complement_U(A\cap B) =$ ( )

(A) $\{2, 3\}$ (B) $\{1, 4, 5\}$ (C) $\{4, 5\}$ (D) $\{1, 5\}$

2. 复数 $2\mathrm{i}(1+\mathrm{i})^2 =$ ( )

(A) $-4$ (B) $4$ (C) $-4\mathrm{i}$ (D) $4\mathrm{i}$

3. $(\tan x + \cot x)\cos^2 x =$ ( )

(A) $\tan x$ (B) $\sin x$ (C) $\cos x$ (D) $\cot x$

4. 直线 $y = 3x$ 绕原点逆时针旋转 $90^0$, 再向右平移 1 个单位, 所得到的直线为 ( )

(A) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$ (B) $y = -\frac{1}{3}x + 1$ (C) $y = 3x - 3$ (D) $y = \frac{1}{3}x + 1$

5. 若 $0 \leqslant \alpha \leqslant 2\pi$, $\sin\alpha > \sqrt{3}\cos\alpha$, 则 $\alpha$ 的取值范围是 ( )

(A) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{3}, \pi\right)$ (C) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$ (D) $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right)$

6. 从甲、乙等 10 个同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 要求甲、乙中至少有 1 人参加, 则不同的挑选方法共有 ( )

(A) 70 种 (B) 112 种 (C) 140 种 (D) 168 种

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中 $a_2 = 1$, 则其前 3 项的和 $S_3$ 的取值范围是 ( )

(A) $(-\infty, -1]$ (B) $(-\infty, 0)\cup(1, +\infty)$

(C) $[3, +\infty)$ (D) $(-\infty, -1]\cup[3, +\infty)$

8. 设 $M$, $N$ 是球心 $O$ 的半径 $OP$ 上的两点, 且 $NP = MN = OM$, 分别过 $N$, $M$, $O$ 作垂直于 $OP$ 的平面, 截球面得三个圆, 则这三个圆的面积之比为 ( )

(A) $3:5:6$ (B) $3:6:8$ (C) $5:7:9$ (D) $5:8:9$

9. 设直线 $l \subset$ 平面 $\alpha$, 过平面 $\alpha$ 外一点 $A$ 与 $l$, $\alpha$ 都成 $30^\circ$ 角的直线有且只有 ( )

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

10. 设 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$, 其中 $\omega > 0$, 则 $f(x)$ 是偶函数的充要条件是 ( )

(A) $f(0) = 1$ (B) $f(0) = 0$ (C) $f'(0) = 1$ (D) $f'(0) = 0$

11. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x)\cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ ( )

(A) 13 (B) 2 (C) $\frac{13}{2}$ (D) $\frac{2}{13}$

12. 已知抛物线 $C$: $y^2 = 8x$ 的焦点为 $F$, 准线与 $x$ 轴的交点为 $K$, 点 $A$ 在 $C$ 上且 $|AK| = \sqrt{2}|AF|$, 则 $\triangle AFK$ 的面积为 ( )

(A) 4 (B) 8 (C) 16 (D) 32

## 二、填空题

13. $(1+2x)^3(1-x)^4$ 展开式中 $x^2$ 的系数为______.

14. 已知直线 $l$: $x - y + 4 = 0$ 与圆 $C$: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$, 则 $C$ 上各点到 $l$ 的距离的最小值为______.

15. 已知正四棱柱的对角线的长为 $\sqrt{6}$, 且对角线与底面所成角的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$, 则该正四棱柱的体积等于______.

16. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 若 $S_4 \geqslant 10$, $S_5 \leqslant 15$, 则 $a_4$ 的最大值为______.

## 三、解答题

17. 求函数 $y = 7 - 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x - 4\cos^4 x$ 的最大值与最小值.

18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5, 购买乙种商品的概率为 0.6, 且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立, 各顾客之间购买商品也是相互独立的.

(1) 求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率;

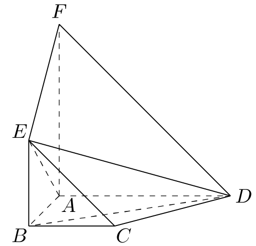
(2) 求进入商场的 1 位顾客至少购买甲、乙两种商品中的一种的概率;

(3) 记 $\xi$ 表示进入商场的 3 位顾客中至少购买甲、乙两种商品中的一种的人数, 求 $\xi$ 的分布列及期望.

19. 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90^\circ$, $BC \mathrel{\underline{\mathbin{/\!/}}} \frac{1}{2}AD$, $BE \mathrel{\underline{\mathbin{/\!/}}} \frac{1}{2}AF$.

(1) 证明: $C$, $D$, $F$, $E$ 四点共面;

(2) 设 $AB = BC = BE$, 求二面角 $A - ED - B$ 的大小.



20. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和为 $S_n$, 已知 $ba_n - 2^n = (b-1)\,S_n$.

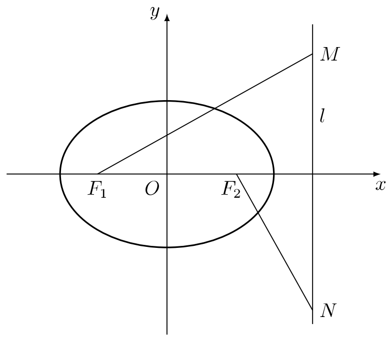
(1) 证明: 当 $b=2$ 时, $\{a_n - n\cdot 2^{n-1}\}$ 是等比数列;

(2) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

21. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$, $F_2$, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 右准线为 $l$, $M$, $N$ 是 $l$ 上的两个动点, $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2N}=0$.

(1) 若 $\left|\overrightarrow{F_1M}\right|=\left|\overrightarrow{F_2N}\right|=2\sqrt{5}$, 求 $a$, $b$ 的值;

(2) 证明: 当 $|MN|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_1M}+\overrightarrow{F_2N}$ 与 $\overrightarrow{F_1F_2}$ 共线.




22. 已知 $x=3$ 是函数 $f(x)=a\ln(1+x)+x^2-10x$ 的一个极值点.

(1) 求 $a$;

(2) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(3) 若直线 $y=b$ 与函数 $y=f(x)$ 的图象有 3 个交点, 求 $b$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (四川卷文)

## 一、选择题

1. 设集合 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$，$A = \{1,\ 2,\ 3\}$，$B = \{2,\ 3,\ 4\}$，则 $\complement_U(A \cap B) =$ ( )

(A) $\{2,\ 3\}$ (B) $\{1,\ 4,\ 5\}$ (C) $\{4,\ 5\}$ (D) $\{1,\ 5\}$

2. 函数 $y = \ln(2x+1)\left(x > -\dfrac{1}{2}\right)$ 的反函数是 ( )

(A) $y = \dfrac{1}{2}\mathrm{e}^x - 1\ (x \in \mathbf{R})$ (B) $y = \mathrm{e}^{2x} - 1\ (x \in \mathbf{R})$

(C) $y = \dfrac{1}{2}(\mathrm{e}^x - 1)\ (x \in \mathbf{R})$ (D) $y = \mathrm{e}^{\frac{x}{2}} - 1\ (x \in \mathbf{R})$

3. 设平面向量 $\boldsymbol{a} = (3,5)$, $\boldsymbol{b} = (-2,1)$, 则 $\boldsymbol{a} - 2\boldsymbol{b} =$ ( )

(A) $(7,3)$ (B) $(7,7)$ (C) $(1,7)$ (D) $(1,3)$

4. $(\tan x + \cot x)\cos^2 x =$ ( )

(A) $\tan x$ (B) $\sin x$ (C) $\cos x$ (D) $\cot x$

5. 不等式 $|x^2 - x| < 2$ 的解集为 ( )

(A) $(-1,2)$ (B) $(-1,1)$ (C) $(-2,1)$ (D) $(-2,2)$

6. 直线 $y = 3x$ 绕原点逆时针旋转 $90^0$, 再向右平移 1 个单位, 所得到的直线为 ( )

(A) $y = -\dfrac{1}{3}x + \dfrac{1}{3}$ (B) $y = -\dfrac{1}{3}x + 1$ (C) $y = 3x - 3$ (D) $y = 3x + 1$

7. $\triangle ABC$ 的三个内角 $A$、$B$、$C$ 的对边边长分别是 $a$、$b$、$c$. 若 $a = \dfrac{\sqrt{5}}{2}b$, $A = 2B$, 则 $\cos B =$ ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ (B) $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ (D) $\dfrac{\sqrt{5}}{6}$

8. 设 $M$ 是球 $O$ 的半径 $OP$ 的中点, 分别过 $M$、$O$ 作垂直于 $OP$ 的平面, 截球面得到两个圆, 则这两个圆的面积比值为 ( )

(A) $\dfrac{1}{4}$ (B) $\dfrac{1}{2}$ (C) $\dfrac{2}{3}$ (D) $\dfrac{3}{4}$

9. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f(x) \cdot f(x+2) = 13$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(99) =$ ( )

(A) 13 (B) 2 (C) $\dfrac{13}{2}$ (D) $\dfrac{2}{13}$

10. 设直线 $l \subset$ 平面 $\alpha$, 过平面 $\alpha$ 外一点 $A$ 与 $l$, $\alpha$ 都成 $30°$ 角的直线有且只有 ( )

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

11. 已知双曲线 $C$: $\dfrac{x^2}{9} - \dfrac{y^2}{16} = 1$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$, $P$ 为 $C$ 的右支上一点, 且 $|PF_2| = |F_1F_2|$, 则 $\triangle PF_1F_2$ 的面积等于 ( )

(A) 24 (B) 36 (C) 48 (D) 96

12. 若三棱柱的一个侧面是边长为 2 的正方形, 另外两个侧面都是有一个内角为 $60°$ 的菱形, 则该棱柱的体积为 ( )

(A) $\sqrt{2}$ (B) $2\sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) $4\sqrt{2}$

## 二、填空题

13. $(1+2x)^3(1-x)^4$ 展开式中 $x$ 的系数为______.

14. 已知直线 $l$: $x - y + 4 = 0$ 与圆 $C$: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 2$, 则 $C$ 上各点到 $l$ 的距离的最小值为______.

15. 从甲、乙等 10 名同学中挑选 4 名参加某项公益活动, 要求甲、乙中至少有 1 人参加, 则不同的挑选方法有______种.

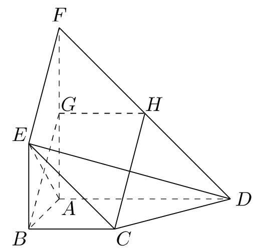
16. 设数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 2$, $a_{n+1} = a_n + n + 1$, 则通项 $a_n =$______.

## 三、解答题

17. 求函数 $y = 7 - 4\sin x\cos x + 4\cos^2 x - 4\cos^4 x$ 的最大值与最小值.

18. 设进入某商场的每一位顾客购买甲种商品的概率为 0.5, 购买乙种商品的概率为 0.6, 且购买甲种商品与购买乙种商品相互独立, 各顾客之间购买商品是相互独立的.
(1) 求进入商场的 1 位顾客购买甲、乙两种商品中的一种的概率;
(2) 求进入该商场的 3 位顾客中, 至少有 2 位顾客既未购买甲种也未购买乙种商品的概率.

19. 如图, 平面 $ABEF \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABEF$ 与 $ABCD$ 都是直角梯形, $\angle BAD = \angle FAB = 90°$, $BC \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}AD$, $BE \mathrel{\underline{\parallel}} \dfrac{1}{2}AF$, $G$、$H$ 分别是 $FA$、$FD$ 的中点.
(1) 证明: 四边形 $BCHG$ 是平行四边形;
(2) $C$、$D$、$E$、$F$ 四点是否共面? 为什么?
(3) 设 $AB = BE$. 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 $CDE$.



20. 设 $x=1$ 和 $x=2$ 是函数 $f(x)=x^5+ax^3+bx+1$ 的两个极值点.
(1) 求 $a$ 和 $b$ 的值;
(2) 求 $f(x)$ 的单调区间.

21. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n=2a_n-2^n$.
(1) 求 $a_3$, $a_4$;
(2) 证明: 数列 $\{a_{n+1}-2a_n\}$ 是等比数列;
(3) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式.

22. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(a>b>0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1$、$F_2$, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, 点 $F_2$ 到右准线 $l$ 的距离为 $\sqrt{2}$.
(1) 求 $a$、$b$ 的值;
(2) 设 $M$、$N$ 是右准线 $l$ 上两个动点, 满足 $\overrightarrow{F_1M}\cdot\overrightarrow{F_2M}=0$. 证明: 当 $\left|\overrightarrow{MN}\right|$ 取最小值时, $\overrightarrow{F_2F_1}+\overrightarrow{F_2M}+\overrightarrow{F_2N}=\mathbf{0}$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (天津卷理)

## 一、选择题

1. i 是虚数单位, $\dfrac{\mathrm{i}^3(\mathrm{i}+1)}{\mathrm{i}-1}=$ ( )

(A) $-1$ (B) 1 (C) $-\mathrm{i}$ (D) i

2. 设变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases} x-y\geqslant 0, \\ x+y\leqslant 1, \\ x+2y\geqslant 1, \end{cases}$ 则目标函数 $z=5x+y$ 的最大值为 ( )

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

3. 设函数 $f(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{2}\right), x\in\mathbf{R}$, 则 $f(x)$ 是 ( )

(A) 最小正周期为 $\pi$ 的奇函数 (B) 最小正周期为 $\pi$ 的偶函数

(C) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的奇函数 (D) 最小正周期为 $\dfrac{\pi}{2}$ 的偶函数

4. 设 $a, b$ 是两条直线, $\alpha, \beta$ 是两个平面, 则 $a\perp b$ 的一个充分条件是 ( )

(A) $a\perp\alpha, b\,/\!/\,\beta, \alpha\perp\beta$ (B) $a\perp\alpha, b\perp\beta, \alpha\,/\!/\,\beta$

(C) $a\subset\alpha, b\perp\beta, \alpha\,/\!/\,\beta$ (D) $a\subset\alpha, b\,/\!/\,\beta, \alpha\perp\beta$

5. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{m^2-1}=1\ (m>1)$ 上一点 $P$ 到其左焦点的距离为 3, 到右焦点的距离为 1, 则 $P$ 点到右准线的距离为 ( )

(A) 6 (B) 2 (C) $\dfrac{1}{2}$ (D) $\dfrac{2\sqrt{7}}{7}$

6. 设集合 $S=\{x\mid |x-2|>3\}$, $T=\{x\mid a<x<a+8\}$, $S\cup T=\mathbf{R}$, 则 $a$ 的取值范围是 ( )

(A) $-3<a<-1$ (B) $-3\leqslant a\leqslant -1$

(C) $a\leqslant -3$ 或 $a\geqslant -1$ (D) $a<-3$ 或 $a>-1$

7. 设函数 $f(x)=\dfrac{1}{1-\sqrt{x}}\ (0\leqslant x<1)$ 的反函数为 $f^{-1}(x)$, 则 ( )

(A) $f^{-1}(x)$ 在其定义域上是增函数且最大值为 1

(B) $f^{-1}(x)$ 在其定义域上是减函数且最小值为 0

(C) $f^{-1}(x)$ 在其定义域上是减函数且最大值为 1

(D) $f^{-1}(x)$ 在其定义域上是增函数且最小值为 0

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases} -x+1, & x<0, \\ x-1, & x\geqslant 0, \end{cases}$ 则不等式 $x+(x+1)f(x+1)\leqslant 1$ 的解集是 ( )

(A) $\left\{x\,\middle|\,-1\leqslant x\leqslant\sqrt{2}-1\right\}$ (B) $\{x\mid x\leqslant 1\}$

(C) $\left\{x\,\middle|\,x\leqslant\sqrt{2}-1\right\}$ (D) $\left\{x\,\middle|\,-\sqrt{2}-1\leqslant x\leqslant\sqrt{2}-1\right\}$

9. 已知函数 $f(x)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且在区间 $[0,+\infty)$ 上是增函数. 令 $a=f\left(\sin\dfrac{2\pi}{7}\right), b=f\left(\cos\dfrac{5\pi}{7}\right), c=f\left(\tan\dfrac{5\pi}{7}\right)$, 则 ( )

(A) $b<a<c$ (B) $c<b<a$ (C) $b<c<a$ (D) $a<b<c$

10. 有 8 张卡片分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 从中取出 6 张卡片排成 3 行 2 列, 要求 3 行中仅有中间行的两张卡片上的数字之和为 5, 则不同的排法共有 ( )

(A) 1344 种 (B) 1248 种 (C) 1056 种 (D) 960 种

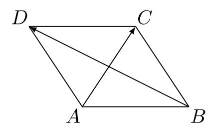
## 二、填空题

11. $\left(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^5$ 的二项展开式中, $x^2$ 的系数是______. (用数字作答)

12. 一个正方体的各定点均在同一球的球面上, 若该球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, 则该正方体的表面积为______.

13. 已知圆 $C$ 的圆心与抛物线 $y^2=4x$ 的焦点关于直线 $y=x$ 对称. 直线 $4x-3y-2=0$ 与圆 $C$ 相交于 $A, B$ 两点, 且 $|AB|=6$, 则圆 $C$ 的方程为______.

14. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $\overrightarrow{AC}=(1,2)$, $\overrightarrow{BD}=(-3,2)$, 则 $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=$______.




15. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=1$, $a_{n+1}-a_n=\dfrac{1}{3^{n+1}}\ (n\in\mathbf{N}^*)$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}a_n=$______.

16. 设 $a>1$, 若仅有一个常数 $c$ 使得对于任意的 $x\in[a,2a]$, 都有 $y\in[a,a^2]$ 满足方程 $\log_a x+\log_a y=c$, 这时, $a$ 的取值的集合为______.

## 三、解答题

17. 已知 $\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{\sqrt{2}}{10}, x\in\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

(1) 求 $\sin x$ 的值;

(2) 求 $\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ 的值.

18. 甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球, 命中率分别为 $\dfrac{1}{2}$ 与 $p$, 且乙投球 2 次均未命中的概率为 $\dfrac{1}{16}$.

(1) 求乙投球的命中率 $p$;

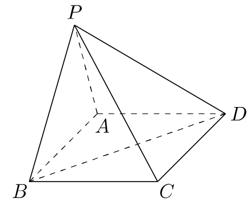
(2) 若甲投球 1 次, 乙投球 2 次, 两人共命中的次数记为 $\xi$, 求 $\xi$ 的分布列和数学期望.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形. 已知 $AB=3$, $AD=2$, $PA=2$, $PD=2\sqrt{2}$, $\angle PAB=60^\circ$.

(1) 证明 $AD\perp$ 平面 $PAB$;

(2) 求异面直线 $PC$ 与 $AD$ 所成的角的大小;

(3) 求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



20. 已知函数 $f(x)=x+\frac{a}{x}+b\ (x\neq 0)$, 其中 $a, b\in\mathbf{R}$.
(1) 若曲线 $y=f(x)$ 在点 $P(2,f(2))$ 处的切线方程为 $y=3x+1$, 求函数 $f(x)$ 的解析式;
(2) 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
(3) 若对于任意的 $a\in\left[\frac{1}{2},2\right]$, 不等式 $f(x)\leqslant 10$ 在 $\left[\frac{1}{4},1\right]$ 上恒成立, 求 $b$ 的取值范围.

21. 已知中心在原点的双曲线 $C$ 的一个焦点是 $F_1(-3,0)$, 一条渐近线的方程是 $\sqrt{5}x-2y=0$.
(1) 求双曲线 $C$ 的方程;
(2) 若以 $k\ (k\neq 0)$ 为斜率的直线 $l$ 与双曲线 $C$ 相交于两个不同的点 $M$, $N$, 线段 $MN$ 的垂直平分线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\frac{81}{2}$, 求 $k$ 的取值范围.

22. 在数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 中, $a_1=1$, $b_1=4$, 数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n$ 满足 $nS_{n+1}-(n+3)S_n=0$, $2a_{n+1}$ 为 $b_n$ 与 $b_{n+1}$ 的等比中项, $n\in\mathbf{N}^*$.
(1) 求 $a_2$, $b_2$ 的值;
(2) 求数列 $\{a_n\}$ 与 $\{b_n\}$ 中的通项公式;
(3) 设 $T_n=(-1)^{a_1}b_1+(-1)^{a_2}b_2+\cdots+(-1)^{a_n}b_n$, $n\in\mathbf{N}^*$, 证明 $|T_n|<2n^2$, $n\geqslant 3$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (天津卷文)

## 一、选择题

1. 设集合 $U=\{x\in\mathbf{N}\mid 0<x\leqslant 8\}$, $S=\{1,\ 2,\ 4,\ 5\}$, $T=\{3,\ 5,\ 7\}$, 则 $S\cap(\complement_U T)=$ ( )
(A) $\{1,\ 2,\ 4\}$ (B) $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 7\}$
(C) $\{1,\ 2\}$ (D) $\{1,\ 2,\ 4,\ 5,\ 6,\ 8\}$

2. 设变量 $x, y$ 满足约束条件 $\begin{cases}x-y\geqslant 0,\\ x+y\leqslant 1,\\ x+2y\geqslant 1,\end{cases}$ 则目标函数 $z=5x+y$ 的最大值为 ( )
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

3. 函数 $y=1+\sqrt{x}$ $(0\leqslant x\leqslant 4)$ 的反函数是 ( )
(A) $y=(x-1)^2$ $(1\leqslant x\leqslant 3)$ (B) $y=(x-1)^2$ $(0\leqslant x\leqslant 4)$
(C) $y=x^2-1$ $(1\leqslant x\leqslant 3)$ (D) $y=x^2-1$ $(0\leqslant x\leqslant 4)$

4. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和 $S_5=25$, 且 $a_2=3$, 则 $a_7=$ ( )
(A) 12 (B) 13 (C) 14 (D) 15

5. 设 $a, b$ 是两条直线, $\alpha, \beta$ 是两个平面, 则 $a\perp b$ 的一个充分条件是 ( )
(A) $a\perp\alpha, b\,/\!/\,\beta, \alpha\perp\beta$ (B) $a\perp\alpha, b\perp\beta, \alpha\,/\!/\,\beta$
(C) $a\subset\alpha, b\perp\beta, \alpha\,/\!/\,\beta$ (D) $a\subset\alpha, b\,/\!/\,\beta, \alpha\perp\beta$

6. 把函数 $y=\sin x$ $(x\in\mathbf{R})$ 的图象上所有的点向左平行移动 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度, 再把所得图象上所有点的横坐标缩短到原来的 $\dfrac{1}{2}$ 倍 (纵坐标不变), 得到的图象所表示的函数是 ( )
(A) $y=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right), x\in\mathbf{R}$ (B) $y=\sin\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{\pi}{6}\right), x\in\mathbf{R}$
(C) $y=\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right), x\in\mathbf{R}$ (D) $y=\sin\left(2x+\dfrac{2\pi}{3}\right), x\in\mathbf{R}$

7. 设椭圆 $\dfrac{x^2}{m^2}+\dfrac{y^2}{n^2}=1$ $(m>0,\ n>0)$ 的右焦点与抛物线 $y^2=8x$ 的焦点相同, 离心率为 $\dfrac{1}{2}$, 则此椭圆的方程为 ( )
(A) $\dfrac{x^2}{12}+\dfrac{y^2}{16}=1$ (B) $\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{12}=1$ (C) $\dfrac{x^2}{48}+\dfrac{y^2}{64}=1$ (D) $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{48}=1$

8. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}x+2, & x\leqslant 0,\\ -x+2, & x>0,\end{cases}$ 则不等式 $f(x)\geqslant x^2$ 的解集为 ( )
(A) $[-1,1]$ (B) $[-2,2]$ (C) $[-2,1]$ (D) $[-1,2]$

9. 设 $a=\sin\dfrac{5\pi}{7}$, $b=\cos\dfrac{2\pi}{7}$, $c=\tan\dfrac{2\pi}{7}$, 则 ( )
(A) $a<b<c$ (B) $a<c<b$ (C) $b<c<a$ (D) $b<a<c$

10. 设 $a>1$, 若对于任意的 $x\in[a,2a]$, 都有 $y\in[a,a^2]$ 满足方程 $\log_a x+\log_a y=3$, 这时 $a$ 的取值的集合为 ( )
(A) $\{a\mid 1<a\leqslant 2\}$ (B) $\{a\mid a\geqslant 2\}$ (C) $\{a\mid 2\leqslant a\leqslant 3\}$ (D) $\{2,\ 3\}$

## 二、填空题

11. 一个单位共有职工 200 人, 其中不超过 45 岁的有 120 人, 超过 45 岁的有 80 人. 为了调查职工的健康状况, 用分层抽样的方法从全体职工中抽取一个容量为 25 的样本, 应抽取超过 45 岁的职工______人.

12. $\left(x+\dfrac{2}{x}\right)^5$ 的二项展开式中 $x^3$ 的系数为______. (用数字作答)

13. 若一个球的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, 则它的表面积为______.

14. 已知平面向量 $\boldsymbol{a}=(2,4)$, $\boldsymbol{b}=(-1,2)$, 若 $\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b})\boldsymbol{b}$, 则 $|\boldsymbol{c}|=$______.

15. 已知圆 $C$ 的圆心与点 $P(-2,1)$ 关于直线 $y=x+1$ 对称. 直线 $3x+4y-11=0$ 与圆 $C$ 相交于 $A$, $B$ 两点, 且 $|AB|=6$, 则圆 $C$ 的方程为______.

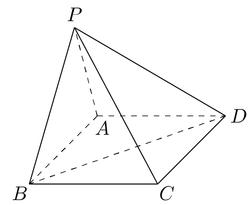
16. 有 4 张分别标有数字 1, 2, 3, 4 的红色卡片和 4 张分别标有数字 1,2,3,4 的蓝色卡片, 从这 8 张卡片中取出 4 张卡片排成一行. 如果取出的 4 张卡片所标的数字之和等于 10, 则不同的排法共有______种. (用数字作答)

## 三、解答题

17. 已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega x+2\sin\omega x\cos\omega x+1$ $(x\in\mathbf{R},\ \omega>0)$ 的最小正周期是 $\dfrac{\pi}{2}$.
(1) 求 $\omega$ 的值;
(2) 求函数 $f(x)$ 的最大值, 并且求使 $f(x)$ 取得最大值的 $x$ 的集合.

18. 甲、乙两个篮球运动员互不影响地在同一位置投球, 命中率分别为 $\dfrac{1}{2}$ 与 $p$, 且乙投球 2 次均未命中的概率为 $\dfrac{1}{16}$.
(1) 求乙投球的命中率 $p$;
(2) 求甲投球 2 次, 至少命中 1 次的概率;
(3) 若甲、乙两人各投球 2 次, 求两人共命中 2 次的概率.

19. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 是矩形. 已知 $AB=3$, $AD=2$, $PA=2$, $PD=2\sqrt{2}$, $\angle PAB=60^\circ$.
(1) 证明 $AD\perp$ 平面 $PAB$;
(2) 求异面直线 $PC$ 与 $AD$ 所成的角的大小;
(3) 求二面角 $P-BD-A$ 的大小.



20. 已知数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, 且 $a_{n+1} = (1+q)a_n - qa_{n-1}$ ($n \geqslant 2$, $q \neq 0$).
(1) 设 $b_n = a_{n+1} - a_n$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 证明 $\{b_n\}$ 是等比数列;
(2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(3) 若 $a_3$ 是 $a_6$ 与 $a_9$ 的等差中项, 求 $q$ 的值, 并证明: 对任意的 $n \in \mathbf{N}^*$, $a_n$ 是 $a_{n+3}$ 与 $a_{n+6}$ 的等差中项.

21. 设函数 $f(x) = x^4 + ax^3 + 2x^2 + b$ ($x \in \mathbf{R}$), 其中 $a$, $b \in \mathbf{R}$.
(1) 当 $a = -\dfrac{10}{3}$ 时, 讨论函数 $f(x)$ 的单调性;
(2) 若函数 $f(x)$ 仅在 $x = 0$ 处有极值, 求 $a$ 的取值范围;
(3) 若对于任意的 $a \in [-2, 2]$, 不等式 $f(x) \leqslant 1$ 在 $[-1, 1]$ 上恒成立, 求 $b$ 的取值范围.

22. 已知中心在原点的双曲线 $C$ 的一个焦点是 $F_1(-3, 0)$, 一条渐近线的方程是 $\sqrt{5}x - 2y = 0$.
(1) 求双曲线 $C$ 的方程;
(2) 若以 $k$ ($k \neq 0$) 为斜率的直线 $l$ 与双曲线 $C$ 相交于两个不同的点 $M$, $N$, 线段 $MN$ 的垂直平分线与两坐标轴围成的三角形的面积为 $\dfrac{81}{2}$, 求 $k$ 的取值范围.

# 2008 普通高等学校招生考试 (浙江卷理)

## 一、选择题

1. 已知 $a$ 是实数, $\dfrac{a-\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$ 是纯虚数, 则 $a=$ ( )

   (A) 1 (B) $-1$ (C) $\sqrt{2}$ (D) $-\sqrt{2}$

2. 已知 $U=\mathbf{R}$, $A=\{x\mid x>0\}$, $B=\{x\mid x\leqslant -1\}$, 则 $(A\cap \complement_U B)\cup(B\cap \complement_U A)=$ ( )

   (A) $\varnothing$ (B) $\{x\mid x\leqslant 0\}$

   (C) $\{x\mid x>-1\}$ (D) $\{x\mid x>0$ 或 $x\leqslant -1\}$

3. 已知 $a,b$ 都是实数, 那么"$a^2>b^2$"是"$a>b$"的 ( )

   (A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

   (C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 $x^4$ 的项的系数是( )

   (A) $-15$ (B) 85 (C) $-120$ (D) 274

5. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=\cos\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{3\pi}{2}\right)$ $(x\in[0,2\pi])$ 的图象和直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 的交点个数是 ( )

   (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

6. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2=2$, $a_5=\dfrac{1}{4}$, 则 $a_1a_2+a_2a_3+\cdots+a_na_{n+1}=$( )

   (A) $16(1-4^{-n})$ (B) $16(1-2^{-n})$ (C) $\dfrac{32}{3}(1-4^{-n})$ (D) $\dfrac{32}{3}(1-2^{-n})$

7. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 $3:2$, 则双曲线的离心率是 ( )

   (A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$

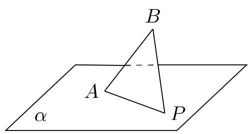
8. 若 $\cos\alpha+2\sin\alpha=-\sqrt{5}$, 则 $\tan\alpha=$ ( )

   (A) $\dfrac{1}{2}$ (B) 2 (C) $-\dfrac{1}{2}$ (D) $-2$

9. 已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 是平面内两个互相垂直的单位向量, 若向量 $\boldsymbol{c}$ 满足 $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c})\cdot(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})=0$, 则 $|\boldsymbol{c}|$ 的最大值是 ( )

   (A) 1 (B) 2 (C) $\sqrt{2}$ (D) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

10. 如图, $AB$ 是平面 $\alpha$ 的斜线段, $A$ 为斜足. 若点 $P$ 在平面 $\alpha$ 内运动, 使得 $\triangle ABP$ 的面积为定值, 则动点 $P$ 的轨迹是 ( )




   (A) 圆 (B) 椭圆 (C) 一条直线 (D) 两条平行直线

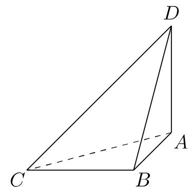
## 二、填空题

11. 已知 $a>0$, 若平面内三点 $A(1,-a)$, $B(2,a^2)$, $C(3,a^3)$ 共线, 则 $a=$______.

12. 已知 $F_1$、$F_2$ 为椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点, 过 $F_1$ 的直线交椭圆于 $A$、$B$ 两点. 若 $|F_2A|+|F_2B|=12$, 则 $|AB|=$______.

13. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$、$b$、$c$, 若 $\left(\sqrt{3}b-c\right)\cos A=a\cos C$, 则 $\cos A=$______.

14. 如图, 已知球 $O$ 的面上四点 $A$、$B$、$C$、$D$, $DA\perp$ 平面 $ABC$, $AB\perp BC$, $DA=AB=BC=\sqrt{3}$, 则球 $O$ 点体积等于______.




15. 已知 $t$ 为常数, 函数 $y=|x^2-2x-t|$ 在区间 $[0,3]$ 上的最大值为 2, 则 $t=$______.

16. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是______. (用数字作答)

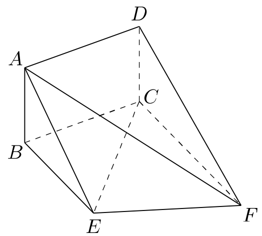
17. 若 $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 且当 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ x+y\leqslant 1\end{cases}$ 时, 恒有 $ax+by\leqslant 1$, 则以 $a$, $b$ 为坐标的点 $P(a,b)$ 所形成的平面区域的面积等于______.

## 三、解答题

18. 如图, 矩形 $ABCD$ 和梯形 $BEFC$ 所在平面互相垂直, $BE\parallel CF$, $\angle BCF=\angle CEF=90^\circ$, $AD=\sqrt{3}$, $EF=2$.

    (1) 求证: $AE\parallel$ 平面 $DCF$;

    (2) 当 $AB$ 的长为何值时, 二面角 $A-EF-C$ 的大小为 $60^\circ$?




19. 一个袋中有若干个大小相同的黑球、白球和红球. 已知从袋中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\dfrac{2}{5}$; 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\dfrac{7}{9}$.

    (1) 若袋中共有 10 个球,

    ① 求白球的个数;

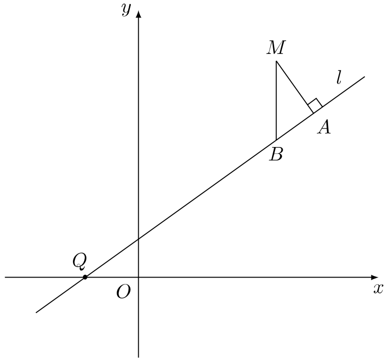
    ② 从袋中任意摸出 3 个球, 记得到白球的个数为 $\xi$, 求随机变量 $\xi$ 的数学期望 $E\xi$.

    (2) 求证: 从袋中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个黑球的概率不大于 $\dfrac{7}{10}$. 并指出袋中哪种颜色的球个数最少.

20. 已知曲线 $C$ 是到点 $P\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{8}\right)$ 和到直线 $y=-\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹. $l$ 是过点 $Q(-1,0)$ 的直线, $M$ 是 $C$ 上 (不在 $l$ 上) 的动点; $A$、$B$ 在 $l$ 上, $MA\perp l$, $MB\perp x$ 轴 (如图).

(1) 求曲线 $C$ 的方程;

(2) 求出直线 $l$ 的方程, 使得 $\dfrac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数.




21. 已知 $a$ 是实数, 函数 $f(x)=\sqrt{x}(x-a)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 设 $g(a)$ 为 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最小值.

① 写出 $g(a)$ 的表达式;

② 求 $a$ 的取值范围, 使得 $-6\leqslant g(a)\leqslant -2$.

22. 已知数列 $\{a_n\}$, $a_n\geqslant 0$, $a_1=0$, $a_{n+1}^2+a_{n+1}-1=a_n^2$ $(n\in\mathbf{N}^*)$. 记 $S_n=a_1+a_2+\cdots+a_n$, $T_n=\dfrac{1}{1+a_1}+\dfrac{1}{(1+a_1)(1+a_2)}+\cdots+\dfrac{1}{(1+a_1)(1+a_2)\cdots(1+a_n)}$. 求证: 当 $n\in\mathbf{N}^*$ 时,

(1) $a_n<a_{n+1}$;

(2) $S_n>n-2$;

(3) $T_n<3$.

# 2008 普通高等学校招生考试 (浙江卷文)

## 一、选择题

1. 已知集合 $A=\{x\mid x>0\}$, $B=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$, 则 $A\cup B=$ ( )

(A) $\{x\mid x\geqslant -1\}$ (B) $\{x\mid x\leqslant 2\}$

(C) $\{x\mid 0<x\leqslant 2\}$ (D) $\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$

2. 函数 $y=(\sin x+\cos x)^2+1$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{2}$ (B) $\pi$ (C) $\dfrac{3\pi}{2}$ (D) $2\pi$

3. 已知 $a, b$ 都是实数, 那么"$a^2>b^2$"是"$a>b$"的 ( )

(A) 充分而不必要条件 (B) 必要而不充分条件

(C) 充分必要条件 (D) 既不充分也不必要条件

4. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, $a_2=2$, $a_5=\dfrac{1}{4}$, 则公比 $q=$ ( )

(A) $-\dfrac{1}{2}$ (B) $-2$ (C) $2$ (D) $\dfrac{1}{2}$

5. 已知 $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 且 $a+b=2$, 则 ( )

(A) $ab\leqslant\dfrac{1}{2}$ (B) $ab\geqslant\dfrac{1}{2}$ (C) $a^2+b^2\geqslant 2$ (D) $a^2+b^2\leqslant 3$

6. 在 $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)$ 的展开式中, 含 $x^4$ 的项的系数是( )

(A) $-15$ (B) $85$ (C) $-120$ (D) $274$

7. 在同一平面直角坐标系中, 函数 $y=\cos\left(\dfrac{x}{2}+\dfrac{3\pi}{2}\right)$ $(x\in[0,2\pi])$ 的图象和直线 $y=\dfrac{1}{2}$ 的交点个数是 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

8. 若双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的两个焦点到一条准线的距离之比为 $3:2$, 则双曲线的离心率是 ( )

(A) 3 (B) 5 (C) $\sqrt{3}$ (D) $\sqrt{5}$

9. 对两条不相交的空间直线 $a$ 与 $b$, 必存在平面 $\alpha$, 使得 ( )

(A) $a\subset\alpha, b\subset\alpha$ (B) $a\subset\alpha, b\parallel\alpha$ (C) $a\perp\alpha, b\perp\alpha$ (D) $a\subset\alpha, b\perp\alpha$

10. 若 $a\geqslant 0$, $b\geqslant 0$, 且当 $\begin{cases}x\geqslant 0,\\ y\geqslant 0,\\ x+y\leqslant 1\end{cases}$ 时, 恒有 $ax+by\leqslant 1$, 则以 $a, b$ 为坐标的点 $P(a,b)$ 所形成的平面区域的面积是 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\pi}{4}$ (C) 1 (D) $\dfrac{\pi}{2}$

## 二、填空题

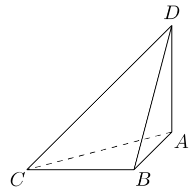
11. 已知函数 $f(x)=x^2+|x-2|$, 则 $f(1)=$______.

12. 若 $\sin\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\dfrac{3}{5}$, 则 $\cos 2\theta=$______.

13. 已知 $F_1$、$F_2$ 为椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点, 过 $F_1$ 的直线交椭圆于 $A$、$B$ 两点. 若 $|F_2A|+|F_2B|=12$, 则 $|AB|=$______.

14. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 $A$、$B$、$C$ 所对的边分别为 $a$、$b$、$c$, 若 $\left(\sqrt{3}b-c\right)\cos A=a\cos C$, 则 $\cos A=$______.

15. 如图, 已知球 $O$ 的面上四点 $A$、$B$、$C$、$D$, $DA\perp$ 平面 $ABC$, $AB\perp BC$, $DA=AB=BC=\sqrt{3}$, 则球 $O$ 点体积等于______.




16. 已知 $\boldsymbol{a}$ 是平面内的单位向量, 若向量 $\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{b}\cdot(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})=0$, 则 $|\boldsymbol{b}|$ 的取值范围是______.

17. 用 1, 2, 3, 4, 5, 6 组成六位数 (没有重复数字), 要求任何相邻两个数字的奇偶性不同, 且 1 和 2 相邻, 这样的六位数的个数是______. (用数字作答)

## 三、解答题

18. 已知数列 $\{x_n\}$ 的首项 $x_1=3$, 通项 $x_n=2^np+nq$ $(n\in\mathbf{N}^*, p, q$ 为常数$)$, 且 $x_1$, $x_4$, $x_5$ 成等差数列. 求:

(1) $p, q$ 的值;

(2) 数列 $\{x_n\}$ 前 $n$ 项和 $S_n$ 的公式.

19. 一个袋中装有大小相同的黑球、白球和红球, 已知袋中共有 10 个球, 从中任意摸出 1 个球, 得到黑球的概率是 $\dfrac{2}{5}$; 从中任意摸出 2 个球, 至少得到 1 个白球的概率是 $\dfrac{7}{9}$. 求:

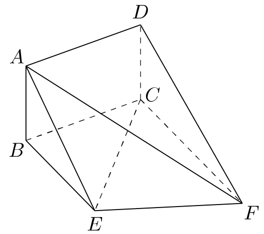
(1) 从中任意摸出 2 个球, 得到的数是黑球的概率;

(2) 袋中白球的个数.

20. 如图, 矩形 $ABCD$ 和梯形 $BEFC$ 所在平面互相垂直, $BE \parallel CF$, $\angle BCF=\angle CEF=90^\circ$, $AD=\sqrt{3}$, $EF=2$.

(1) 求证: $AE \parallel$ 平面 $DCF$;

(2) 当 $AB$ 的长为何值时, 二面角 $A-EF-C$ 的大小为 $60^\circ$?




21. 已知 $a$ 是实数, 函数 $f(x)=x^2(x-a)$.

(1) 若 $f'(1)=3$, 求 $a$ 的值及曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程;

(2) 求 $f(x)$ 在区间 $[0,2]$ 上的最大值.

22. 已知曲线 $C$ 是到点 $P\left(-\frac{1}{2},\frac{3}{8}\right)$ 和到直线 $y=-\frac{5}{8}$ 距离相等的点的轨迹. $l$ 是过点 $Q(-1,0)$ 的直线, $M$ 是 $C$ 上 (不在 $l$ 上) 的动点; $A$、$B$ 在 $l$ 上, $MA\perp l$, $MB\perp x$ 轴 (如图).

(1) 求曲线 $C$ 的方程;

(2) 求出直线 $l$ 的方程, 使得 $\frac{|QB|^2}{|QA|}$ 为常数.