2024 新高考 1 卷真题卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 A=$\{x|-5<x^3<5\}$, B=$\{-3,-1,0,2,3\}$，则 A∩B=(　　)

A.$\{-1,0\}$　　B.$\{2,3\}$　　C.$\{-3,-1,0\}$　　D.$\{-1,0,2\}$

2.若$\frac{z}{z-1}=1+i$,则 z=(　　)

A.$-1-i$　　B.$-1+i$　　C.$1-i$　　D.$1+i$

3.已知向量$\boldsymbol{a}=(0,1)$,$\boldsymbol{b}=(2,x)$,若$\boldsymbol{b}\perp(\boldsymbol{b}-4\boldsymbol{a})$,则$x$=(　　)

A.-2　　B.-1　　C.1　　D.2

4.已知$cos(\alpha+\beta)=m,tan\alpha tan\beta=2$,则$cos(\alpha-\beta)=$(　　)

A.$-3m$　　B.$-\frac{m}{3}$　　C.$\frac{m}{3}$　　D.$3m$

5.已知圆柱和圆锥的底面半径相等，侧面积相等，且它们的高均为$\sqrt{3}$，则圆锥的体积为(　　)

A.$2\sqrt{3}\pi$　　B.$3\sqrt{3}\pi$　　C.$6\sqrt{3}\pi$　　D.$9\sqrt{3}\pi$

6.已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-2ax-a,x<0\\ e^x+\ln(x+1),x\geq 0\end{cases}$在 R 上单调递增，则$a$的取值范围是(　　)

A.$(-\infty,0]$　　B.$[-1,0]$　　C.$[-1,1]$　　D.$[0,+\infty)$

7.当$x\in[0,2\pi]$时,曲线 $y=\sin x$与 $y=2\sin(3x-\frac{\pi}{6})$的交点个数为(　　)

A.3　　B.4　　C.6　　D.8

8.已知函数$f(x)$的定义域为 R,$f(x)>f(x-1)+f(x-2)$,且当$x<3$ 时,$f(x)=x$,则下列结论中一定正确的是(　　)

A.$f(10)>100$　　B.$f(20)>1000$

C.$f(10)<1000$　　D.$f(20)<10000$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分.

9.随着“一带一路”国际合作的深入，某茶叶种植区多措并举推动茶叶出口.为了解推动出口后的亩收入(单位：万元)情况，从该种植区抽取样本，得到推动出口后亩收入的样本均值$\bar{x}=2.1$,样本方差$s^2=0.01$.已知该种植区以往的亩收入 X 服从正态分布 $N(1.8,0.1^2)$,假设推动出口后的亩收入 Y 服从正态分布 $N(\bar{x},s^2)$，则(若随机变量 Z 服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(Z<\mu+\sigma)\approx 0.8413$)(　　)

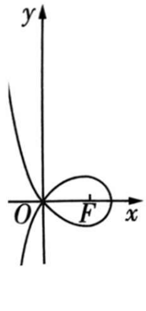
A.$P(X>2)>0.2$　　B.$P(X>2)<0.5$　　C.$P(Y>2)>0.5$　　D.$P(Y>2)<0.8$

10.设函数$f(x)=(x-1)^2(x-4)$,则(　　)

A.$x=3$ 是$f(x)$的极小值点　　B.当 $0<x<1$ 时,$f(x)<f(x^2)$

C.当 $1<x<2$ 时,$-4<f(2x-1)<0$　　D.当$-1<x<0$ 时,$f(2-x)>f(x)$

11.设计一条美丽的丝带，其造型可以看作图中的曲线 C 的一部分.已知 C 过坐标原点 O，且 C 上的点满足：横坐标大于-2，到点 F(2，0)的距离与到定直线$x=a(a<0)$的距离之积为 4,则(　　)



A.$a=-2$　　B.点$(2\sqrt{2},0)$在 C 上

C.C 在第一象限的点的纵坐标的最大值为 1

D.当点(x_0,y_0)在 C 上时,$y_0\le\frac{4}{x_0+2}$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分.

12.设双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,b>0)$的左、右焦点分别为 F_1,F_2,过 F_2作平行于 y 轴的直线交 C 于 A,B 两点,若$|F_1A|=13$,$|AB|=10$,则 C 的离心率为______.

13.若曲线$y=e^x+x$在点(0，1)处的切线也是曲线 $y=\ln(x+1)+a$的切线,则a=______.

14.甲、乙两人各有四张卡片，每张卡片上标有一个数字，甲的卡片上分别标有数字 1，3，5，7，乙的卡片上分别标有数字 2，4，6，8.两人进行四轮比赛，在每轮比赛中，两人各自从自己持有的卡片中随机选一张，并比较所选卡片上数字的大小，数字大的人得 1 分，数字小的人得 0 分，然后各自弃置此轮所选的卡片(弃置的卡片在此后的轮次中不能使用).则四轮比赛后，甲的总得分不小于 2 的概率为_____.

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15.(13 分)记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为a,b,c,已知$\sin C=\sqrt{2}\cos B$,$a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$.

(1)求 B;

(2)若△ABC 的面积为$3+\sqrt{3}$,求 c.

16.(15 分)已知 A(0,3)和$P\left(3,\frac{3}{2}\right)$为椭圆$C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$上两点.

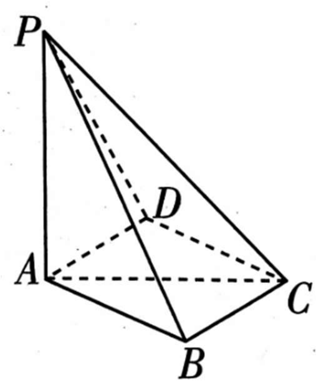
(1)求 C 的离心率;

(2)若过 P 的直线l交 C 于另一点 B，且△ABP的面积为 9，求l的方程.

17.(15 分)如图,四棱锥$P-ABCD$中,$PA\perp$底面 A$BCD, PA=AC=2, BC=1, AB=\sqrt{3}$.

(1)若$AD\perp PB$,证明：$AD//$平面PBC;

(2)若$AD\perp DC$,且二面角$A-CP-D$的正弦值为$\frac{\sqrt{42}}{7}$,求 AD.



18.(17 分)已知函数$f(x)=\ln\frac{x}{2-x}+ax+b(x-1)^3$.

(1)若$b=0$,且$f'(x)\geq 0$,求a的最小值;

(2)证明:曲线$y=f(x)$是中心对称图形;

(3)若$f(x)>-2$当且仅当$1<x<2$,,求b的取值范围.

19.(17 分)设m为正整数,数列$a_1,a_2,\cdots,a_{4m+2}$是公差不为 0 的等差数列,若从中删去两项a_{i} 和a_{j}(i <j)后剩余的 4m项可被平均分为m组,且每组的 4 个数都能构成等差数列,则称数列$a_1,a_2,\cdots,a_{4\mathrm{m}+2}$是$(i,j)-$可分数列.

(1)写出所有的(i,j),$1\leq i<j\leq 6$,使得数列$a_1,a_2,\cdots,a_6$是$(i,j)-$可分数列;

(2)当$m\geq 3$时,证明:数列$a_1,a_2,\cdots,a_{4m+2}$是$(2,13)-$可分数列;

(3)从 1,2,...,4m+2 中一次任取两个数i和$j(i<j)$,记数列$a_1,a_2,\cdots,a_{4m+2}$是$(i,j)-$可分数列的概率为P_{m},证明:$P_m>\frac{1}{8}$.