

2021 年普通高等学校招生全国统一考试

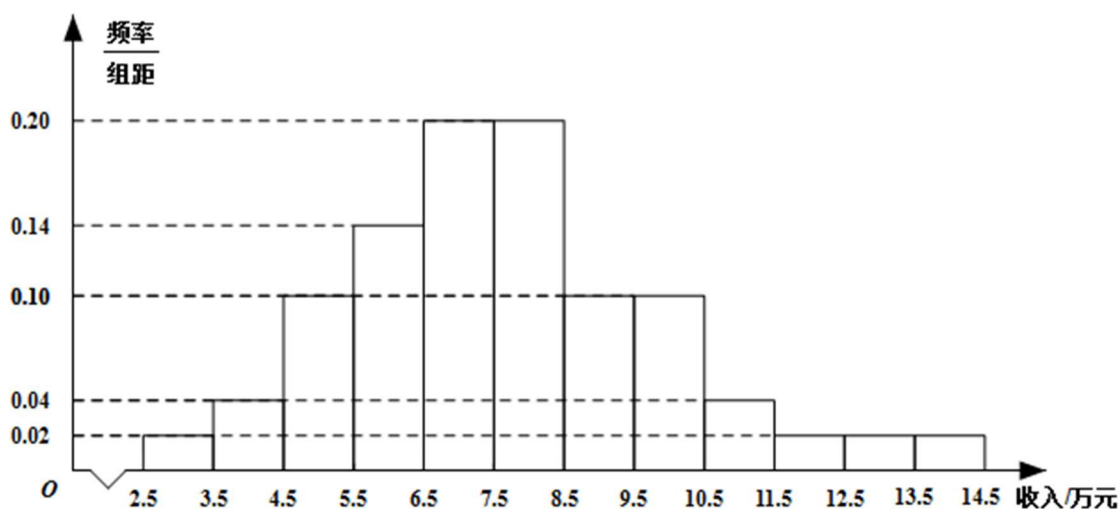
文科数学

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $N = \{x | 2x > 7\}$, 则 $M \cap N = (\quad)$

- A. $\{7, 9\}$ B. $\{5, 7, 9\}$
C. $\{3, 5, 7, 9\}$ D. $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

2. 为了解某地农村经济情况，对该地农户家庭年收入进行抽样调查，将农户家庭年收入的调查数据整理得到如下频率分布直方图：



根据此频率分布直方图，下面结论中不正确的是 ()

- A. 该地农户家庭年收入低于 4.5 万元的农户比率估计为 6%
B. 该地农户家庭年收入不低于 10.5 万元的农户比率估计为 10%
C. 估计该地农户家庭年收入的平均值不超过 6.5 万元
D. 估计该地有一半以上的农户，其家庭年收入介于 4.5 万元至 8.5 万元之间

3. 已知 $(1 - i)^2 z = 3 + 2i$, 则 $z = (\quad)$

- A. $-1 - \frac{3}{2}i$ B. $-1 + \frac{3}{2}i$
C. $-\frac{3}{2} + i$ D. $-\frac{3}{2} - i$

4. 下列函数中是增函数的为 ()

- A. $f(x) = -x$ B. $f(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$



C. $f(x) = x^2$ D. $f(x) = \sqrt[3]{x}$

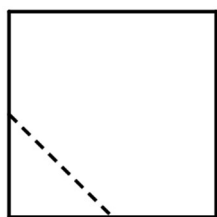
5. 点 $(3, 0)$ 到双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的一条渐近线的距离为 ()

A. $\frac{9}{5}$ B. $\frac{8}{5}$ C. $\frac{6}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

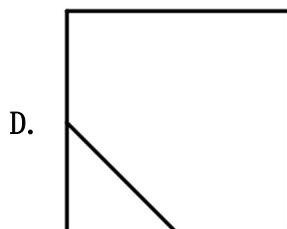
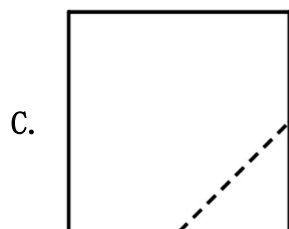
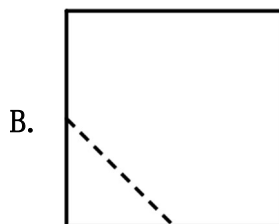
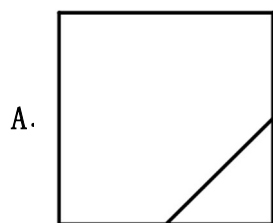
6. 青少年视力是社会普遍关注的问题，视力情况可借助视力表测量。通常用五分记录法和小数记录法记录视力数据，五分记录法的数据 L 和小数记录表的数据 V 的满足 $L = 5 + \lg V$ 。已知某同学视力的五分记录法的数据为 4.9，则其视力的小数记录法的数据为 () ($10^{\lg 10} \approx 1.259$)

A. 1.5 B. 1.2 C. 0.8 D. 0.6

7. 在一个正方体中，过顶点 A 的三条棱的中点分别为 E, F, G 。该正方体截去三棱锥 $A - EFG$ 后，所得多面体的三视图中，正视图如图所示，则相应的侧视图是 ()



正视图



8. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $B = 120^\circ$ ， $AC = \sqrt{19}$ ， $AB = 2$ ，则 $BC =$ ()

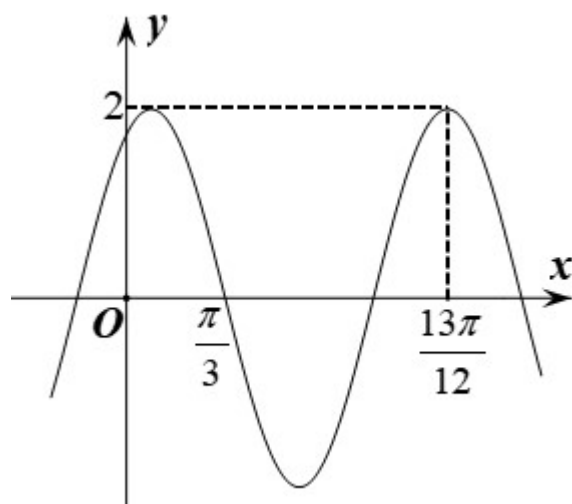
A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. 3



9. 记 S_n 为等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和. 若 $S_2 = 4$, $S_4 = 6$, 则 $S_6 =$ ()
- A. 7 B. 8 C. 9 D. 10
10. 将3个1和2个0随机排成一行, 则2个0不相邻的概率为 ()
- A. 0.3 B. 0.5 C. 0.6 D. 0.8
11. 若 $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, $\tan 2\alpha = \frac{\cos \alpha}{2 - \sin \alpha}$, 则 $\tan \alpha =$ ()
- A. $\frac{\sqrt{15}}{15}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{5}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{15}}{3}$
12. 设 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数, 且 $f(1+x) = f(-x)$. 若 $f(-\frac{1}{3}) = \frac{1}{3}$, 则 $f(\frac{5}{3}) =$ ()
- A. $-\frac{5}{3}$ B. $-\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{3}$

二、填空题: 本题共4小题, 每小题5分, 共20分.

13. 若向量 \vec{a}, \vec{b} 满足 $|\vec{a}| = 3, |\vec{a} - \vec{b}| = 5, \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, 则 $|\vec{b}| =$ _____.
14. 已知一个圆锥的底面半径为6, 其体积为 30π 则该圆锥的侧面积为_____.
15. 已知函数 $f(x) = 2 \cos(\omega x + \varphi)$ 的部分图像如图所示, 则 $f(\frac{\pi}{2}) =$ _____.



16. 已知 F_1, F_2 为椭圆 $C: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 的两个焦点, P, Q 为 C 上关于坐标原点对称的两点, 且 $|PQ| = |F_1F_2|$, 则四边形 PF_1QF_2 的面积为_____.

三、解答题: 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤, 第 17~21

题为必考题, 每个试题考生都必须作答. 第 22、23 题为选考题, 考生根据要求作答.

(一) 必考题: 共 60 分.

17. 甲、乙两台机床生产同种产品, 产品按质量分为一级品和二级品, 为了比较两台机床产品的质量, 分别用两台机床各生产了 200 件产品, 产品的质量情况统计如下表:

| | 一级品 | 二级品 | 合计 |
|-----|-----|-----|-----|
| 甲机床 | 150 | 50 | 200 |
| 乙机床 | 120 | 80 | 200 |
| 合计 | 270 | 130 | 400 |

- (1) 甲机床、乙机床生产的产品中一级品的频率分别是多少?
 (2) 能否有 99% 的把握认为甲机床的产品质量与乙机床的产品质量有差异?

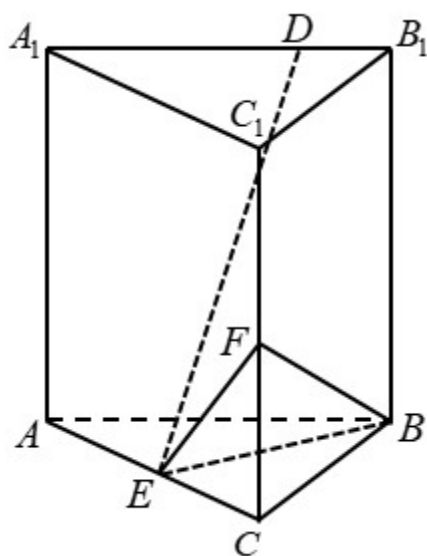
$$\text{附: } K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$$

| $P(K^2 \geq k)$ | 0.050 | 0.010 | 0.001 |
|-----------------|-------|-------|--------|
| k | 3.841 | 6.635 | 10.828 |



18. 记 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 已知 $a_n > 0, a_2 = 3a_1$, 且数列 $\{\sqrt{S_n}\}$ 是等差数列, 证明: $\{a_n\}$ 是等差数列.

19. 已知直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, 侧面 AA_1B_1B 为正方形, $AB = BC = 2$, E, F 分别为 AC 和 CC_1 的中点, $BF \perp A_1B_1$.



- (1) 求三棱锥 $F - EBC$ 的体积;
 (2) 已知 D 为棱 A_1B_1 上的点, 证明: $BF \perp DE$.



20. 设函数 $f(x) = a^2x^2 + ax - 3\ln x + 1$, 其中 $a > 0$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 若 $y = f(x)$ 的图像与 x 轴没有公共点, 求 a 的取值范围.

21. 抛物线 C 的顶点为坐标原点 O . 焦点在 x 轴上, 直线 $l: x = 1$ 交 C 于 P, Q 两点, 且 $OP \perp OQ$. 已知点 $M(2, 0)$, 且 $\odot M$ 与 l 相切.

(1) 求 $C, \odot M$ 的方程;

(2) 设 A_1, A_2, A_3 是 C 上的三个点, 直线 A_1A_2, A_1A_3 均与 $\odot M$ 相切. 判断直线 A_2A_3 与 $\odot M$ 的位置关系, 并说明理由.



(二)选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

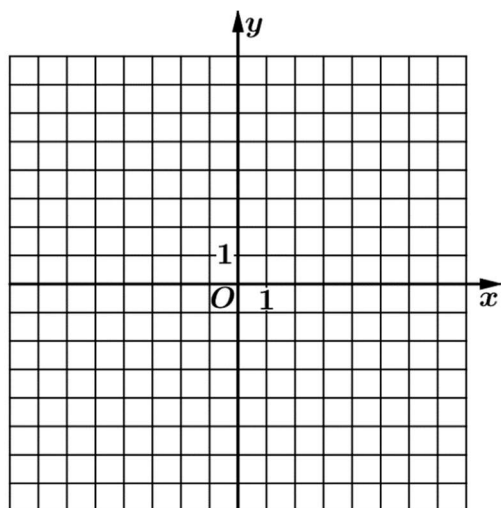
22. 在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\sqrt{2}\cos\theta$.

(1) 将 C 的极坐标方程化为直角坐标方程；

(2) 设点 A 的直角坐标为 $(1, 0)$ ， M 为 C 上的动点，点 P 满足 $\overrightarrow{AP} = \sqrt{2}\overrightarrow{AM}$ ，写出 P 的轨迹 C_1 的参数方程，并判断 C 与 C_1 是否有公共点.

[选修 4-5：不等式选讲]

23. 已知函数 $f(x) = |x - 2|$, $g(x) = |2x + 3| - |2x - 1|$.



(1) 画出 $y = f(x)$ 和 $y = g(x)$ 的图像；

(2) 若 $f(x + a) \geq g(x)$ ，求 a 的取值范围.

