1990 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 方程 $2^{\log_3 x}=\dfrac{1}{4}$ 的解是 ( )

(A) $x=\dfrac{1}{9}$ (B) $x=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $x=\sqrt{3}$ (D) $x=9$

2. 把复数 $1+\mathrm{i}$ 对应的向量按顺时针方向旋转 $\dfrac{2\pi}{3}$, 所得到的向量对应的复数是 ( )

(A) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ (B) $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

(C) $\dfrac{-1+\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ (D) $\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

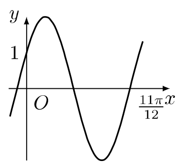
3. 如果轴截面为正方形的圆柱的侧面积是 S, 那么圆柱的体积等于 ( )

(A) $\dfrac{S}{2}\sqrt{S}$ (B) $\dfrac{S}{2}\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$ (C) $\dfrac{S}{4}\sqrt{S}$ (D) $\dfrac{S}{4}\sqrt{\dfrac{S}{\pi}}$

4. 方程 $\sin 2x=\sin x$ 在区间 $(0,2\pi)$ 内的解的个数是 ( )

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 如图是函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的图象, 那么 ( )



(A) $\omega=\dfrac{10}{11}, \varphi=\dfrac{\pi}{6}$ (B) $\omega=\dfrac{10}{11}, \varphi=-\dfrac{\pi}{6}$

(C) $\omega=2, \varphi=\dfrac{\pi}{6}$ (D) $\omega=2, \varphi=-\dfrac{\pi}{6}$

6. 函数 $y=\dfrac{\sin x}{|\sin x|}+\dfrac{|\cos x|}{\cos x}+\dfrac{\tan x}{|\tan x|}+\dfrac{|\cot x|}{\cot x}$ 的值域是 ( )

(A) $\{-2,\ 4\}$ (B) $\{-2,\ 0,\ 4\}$

(C) $\{-2,\ 0,\ 2,\ 4\}$ (D) $\{-4,\ -2,\ 0,\ 4\}$

7. 如果直线 $y=ax+2$ 与直线 $y=3x-b$ 关于直线 $y=x$ 对称, 那么 ( )

(A) $a=\dfrac{1}{3}, b=6$ (B) $a=\dfrac{1}{3}, b=-6$

(C) $a=3, b=-2$ (D) $a=3, b=6$

8. 极坐标方程 $4\rho\sin^2\dfrac{\theta}{2}=5$ 表示的曲线是 ( )

(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线的一支 (D) 抛物线

9. 设全集 $I=\{(x,y)\mid x,\ y\in\mathbf{R}\}$, 集合 $M=\left\{(x,y)\ \middle|\ \dfrac{y-3}{x-2}=1\right\}$, $N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$. 那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于 ( )

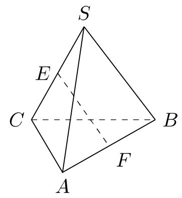
(A) $\varnothing$ (B) $\{(2,3)\}$

(C) $(2,3)$ (D) $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

10. 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2+y^2=3$, 那么 $\dfrac{y}{x}$ 的最大值是 ( )

(A) $\dfrac{1}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\sqrt{3}$

11. 如图, 正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱与底面边长相等, 如果 E、F 分别为 SC、AB 的中点, 那么异面直线 EF 与 SA 所成的角等于 ( )



(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

12. 已知 $h>0$. 设命题甲为: 两个实数 a, b 满足 $|a-b|<2h$; 命题乙为: 两个实数 a, b 满足 $|a-1|<h$ 且 $|b-1|<h$. 那么甲是乙的 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

13. A, B, C, D, E 五人并排站成一排, 如果 B 必须站在 A 的右边 (A, B 可以不相邻), 那么不同的排法共有 ( )

(A) 24 种 (B) 60 种 (C) 90 种 (D) 120 种

14. 以一个正方体的顶点为顶点的四面体共有 ( )

(A) 70 个 (B) 64 个 (C) 58 个 (D) 52 个

15. 设函数 $y=\arctan x$ 的图象沿 x 轴正方向平移 2 个单位所得到的图象为 C. 又设图象 C' 与 C 关于原点对称, 那么 C' 所对应的函数是 ( )

(A) $y=-\arctan(x-2)$ (B) $y=\arctan(x-2)$

(C) $y=-\arctan(x+2)$ (D) $y=\arctan(x+2)$

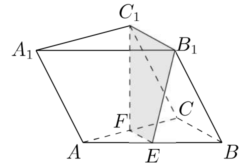
16. 双曲线 $\dfrac{y^2}{16}-\dfrac{x^2}{9}=1$ 的准线方程是______.

17. $(x-1)-(x-1)^2+(x-1)^3-(x-1)^4+(x-1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数等于______.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 如果 S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和, 那么 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{na_n}{S_n}$ 等于______.

19. 函数 $y=\sin x\cos x+\sin x+\cos x$ 的最大值是______.

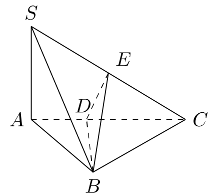
20. 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 E、F 分别为 AB、AC 的中点, 平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成体积为 V_1、V_2 的两部分, 那么 $V_1:V_2=$______.



21. 有四个数, 其中前三个数成等差数列, 后三个数成等比数列, 并且第一个数与第四个数的和是 16, 第二个数与第三个数的和是 12. 求这四个数.

22. 已知 $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{1}{4}$, $\cos\alpha+\cos\beta=\dfrac{1}{3}$, 求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值.

23. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA\perp$ 底面 ABC, $AB\perp BC$. DE 垂直平分 SC, 且分别交 AC、SC 于 D、E. 又 $SA=AB$, $SB=BC$. 求以 BD 为棱, 以 BDE 与 BDC 为面的二面角的度数.



24. 设 $a\geqslant 0$, 在复数集 $\mathbf{C}$ 中解方程: $z^2+2|z|=a$.

25. 设椭圆的中心是坐标原点, 长轴在 x 轴上, 离心率 $e=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, 已知点 $P\left(0,\dfrac{3}{2}\right)$ 到这个椭圆上的点的最远距离是 $\sqrt{7}$. 求这个椭圆的方程, 并求椭圆上到点 P 的距离等于 $\sqrt{7}$ 的点的坐标.

26. $f(x)=\lg\dfrac{1+2^x+\cdots+(n-1)^x+n^x a}{n}$, 其中 a 是实数, n 是任意自然数且 $n\geqslant 2$.

(1) 如果 $f(x)$ 当 $x\in(-\infty,1]$ 时有意义, 求 a 的取值范围;

(2) 如果 $a\in(0,1]$, 证明: $2f(x)<f(2x)$ 当 $x\neq 0$ 时成立.

1990 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 方程 $2^{\log_3 x}=\frac{1}{4}$ 的解是 ( )

(A) $x=\frac{1}{9}$ (B) $x=\frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $x=\sqrt{3}$ (D) $x=9$

2. $\cos^2 75^\circ+\cos^2 15^\circ+\cos 75^\circ\cos 15^\circ$ 的值等于 ( )

(A) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $1+\frac{\sqrt{3}}{4}$

3. 如果轴截面为正方形的圆柱的侧面积是 S, 那么圆柱的体积等于 ( )

(A) $\frac{S}{2}\sqrt{S}$ (B) $\frac{S}{2}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$ (C) $\frac{S}{4}\sqrt{S}$ (D) $\frac{S}{4}\sqrt{\frac{S}{\pi}}$

4. 把复数 $1+\mathrm{i}$ 对应的向量按顺时针方向旋转 $\frac{2\pi}{3}$, 所得到的向量对应的复数是 ( )

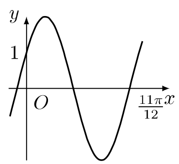
(A) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ (B) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}+\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

(C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}+\frac{1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ (D) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}+\frac{-1-\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$

5. 曲线 $\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{9}=1$ 的准线方程是 ( )

(A) $y=\pm\frac{16}{\sqrt{7}}$ (B) $x=\pm\frac{16}{\sqrt{7}}$ (C) $y=\pm\frac{16}{5}$ (D) $x=\pm\frac{16}{5}$

6. 如图是函数 $y=2\sin(\omega x+\varphi)$ $\left(|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象, 那么 ( )



(A) $\omega=\frac{10}{11}$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$ (B) $\omega=\frac{10}{11}$, $\varphi=-\frac{\pi}{6}$

(C) $\omega=2$, $\varphi=\frac{\pi}{6}$ (D) $\omega=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{6}$

7. 设命题甲为: $0<x<5$; 命题乙为: $|x-2|<3$. 那么 ( )

(A) 充分不必要条件 (B) 必要不充分条件

(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要条件

8. 函数 $y=\frac{\sin x}{|\sin x|}+\frac{|\cos x|}{\cos x}+\frac{\tan x}{|\tan x|}+\frac{|\cot x|}{\cot x}$ 的值域是 ( )

(A) $\{-2,\ 4\}$ (B) $\{-2,\ 0,\ 4\}$

(C) $\{-2,\ 0,\ 2,\ 4\}$ (D) $\{-4,\ -2,\ 0,\ 4\}$

9. 如果直线 $y=ax+2$ 与直线 $y=3x-b$ 关于直线 $y=x$ 对称, 那么 ( )

(A) $a=\frac{1}{3}$, $b=6$ (B) $a=\frac{1}{3}$, $b=-6$

(C) $a=3$, $b=-2$ (D) $a=3$, $b=6$

10. 如果抛物线 $y^2=a(x+1)$ 的准线方程是 $x=-3$, 那么这条抛物线的焦点坐标是 ( )

(A) $(3,0)$ (B) $(2,0)$ (C) $(1,0)$ (D) $(-1,0)$

11. 设全集 $I=\{(x,y)\mid x,\ y\in\mathbf{R}\}$, 集合 $M=\left\{(x,y)\,\middle|\,\frac{y-3}{x-2}=1\right\}$, $N=\{(x,y)\mid y\neq x+1\}$. 那么 $\overline{M}\cap\overline{N}$ 等于 ( )

(A) $\varnothing$ (B) $\{(2,3)\}$

(C) $(2,3)$ (D) $\{(x,y)\mid y=x+1\}$

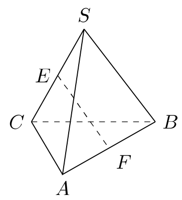
12. A, B, C, D, E 五人并排站成一排, 如果 B 必须站在 A 的右边 (A, B 可以不相邻), 那么不同的排法共有 ( )

(A) 24 种 (B) 60 种 (C) 90 种 (D) 120 种

13. 已知 $f(x)=x^5+ax^3+bx-8$, 且 $f(-2)=10$, 那么 $f(2)$ 等于 ( )

(A) -26 (B) -18 (C) -10 (D) 10

14. 如图, 正三棱锥 $S-ABC$ 的侧棱与底面边长相等, E, F 分别为 SC, AB 的中点, 则异面直线 EF 与 SA 所成的角等于 ( )



(A) 90° (B) 60° (C) 45° (D) 30°

15. 以一个正三棱柱的顶点为顶点的四面体共有 ( )

(A) 6 个 (B) 12 个 (C) 18 个 (D) 30 个

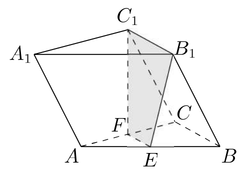
16. 已知 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$, $\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$, 那么 $\sin\frac{\alpha}{2}$ 的值等于______.

17. $(x-1)-(x-1)^2+(x-1)^3-(x-1)^4+(x-1)^5$ 的展开式中, x^2 的系数等于______.

18. 已知 $\{a_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 如果 S_n 是 $\{a_n\}$ 的前 n 项的和, 那么 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{na_n}{S_n}$ 等于______.

19. 如果实数 x, y 满足等式 $(x-2)^2+y^2=3$, 那么 $\frac{y}{x}$ 的最大值是______.

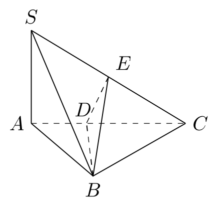
20. 如图, 三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 若 E、F 分别为 AB、AC 的中点, 平面 EB_1C_1F 将三棱柱分成体积为 V_1、V_2 的两部分, 那么 $V_1:V_2=$______.



21. 有四个数, 其中前三个数成等差数列, 后三个数成等比数列, 并且第一个数与第四个数的和是 16, 第二个数与第三个数的和是 12. 求这四个数.

22. 已知 $\sin\alpha+\sin\beta=\frac{1}{4}$, $\cos\alpha+\cos\beta=\frac{1}{3}$, 求 $\tan(\alpha+\beta)$ 的值.

23. 如图, 在三棱锥 $S-ABC$ 中, $SA\perp$ 底面 ABC, $AB\perp BC$. DE 垂直平分 SC, 且分别交 AC、SC 于 D、E. 又 $SA=AB$, $SB=BC$. 求以 BD 为棱, 以 BDE 与 BDC 为面的二面角的度数.



24. 已知 $a>0$, $a\neq1$, 解不等式: $\log_a(4+3x-x^2)-\log_a(2x-1)>\log_a 2$.

25. 设 $a\geqslant0$, 在复数集 $\mathbf{C}$ 中解方程: $z^2+2|z|=a$.

26. 设椭圆的中心是坐标原点, 长轴在 x 轴上, 离心率 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$, 已知点 $P\left(0,\frac{3}{2}\right)$ 到这个椭圆上的点的最远距离是 $\sqrt{7}$. 求这个椭圆的方程, 并求椭圆上到点 P 的距离等于 $\sqrt{7}$ 的点的坐标.

1990 普通高等学校招生考试 (上海卷)

1. 函数 $y=\dfrac{\sqrt{x+4}}{x+2}$ 的定义域是______.

2. 函数 $y=\arcsin x$, $(x\in[-1,1])$ 的反函数是______.

3. 过点 $(1,2)$ 且与直线 $2x+y-1=0$ 平行的直线方程是______.

4. 已知圆柱的轴截面是正方形, 它的面积是 $4\ \mathrm{cm}^2$, 那么这个圆柱的体积是______cm^3. (结果中保留 π)

5. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos A=-\dfrac{3}{5}$, 则 $\sin\dfrac{A}{2}=$______.

6. 设复数, 则的值是______.

7. 已知圆锥的中截面周长为 a, 母线长为 l, 则它的侧面积等于______.

8. 已知 $(x+a)^7$ 的展开式中, x^4 的系数是 -280, 则实数 $a=$______.

9. 双曲线 $2mx^2-my^2=2$ 的一条准线是 $y=1$, 则 $m=$______.

10. 平面上, 四条平行直线与另外五条平行直线互相垂直, 则它的矩形共有______个 (结果用数值表示).

11. 圆的半径是 1, 圆心的极坐标是 $(1,0)$, 则这个圆的极坐标方程是 ( )

(A) $\rho=\cos\theta$　(B) $\rho=\sin\theta$　(C) $\rho=2\cos\theta$　(D) $\rho=2\sin\theta$

12. 函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, “$f(x)$, $g(x)$ 都是奇函数”是“$f(x)$ 与 $g(x)$ 的积是偶函数“的 ( )

(A) 必要条件但非充分条件　(B) 充分条件但非必要条件

(C) 充分必要条件　(D) 非充分条件也非必要条件

13. 设点 P 在有向线段 $\overrightarrow{AB}$ 的延长线上, P 分 $\overrightarrow{AB}$ 所成的比为 λ, 则 ( )

(A) $\lambda<-1$　(B) $-1<\lambda<0$　(C) $0<\lambda<1$　(D) $\lambda>1$

14. 设 $2^a=3$, $2^b=6$, $2^c=12$, 则数列 a, b, c ( )

(A) 是等差数列但不是等比数列　(B) 是等比数列但不是等差数列

(C) 既是等差数列又是等比数列　(D) 既不是等差数列又不是等比数列

15. 设 α 角属于第二象限, 且 $\left|\cos\dfrac{\alpha}{2}\right|=-\cos\dfrac{\alpha}{2}$, 则 $\dfrac{\alpha}{2}$ 角属于 ( )

(A) 第一象限　(B) 第二象限　(C) 第三象限　(D) 第四象限

16. 设过长方体同一个顶点的三个面的对角线长分别是 a, b, c, 那么这个长方体的对角线长是 ( )

(A) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$　(B) $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{2}}$

(C) $\sqrt{\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}}$　(D) $\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$

17. 函数 $f(x)=a\tan\dfrac{x}{a}$ 的最小正周期是 ( )

(A) πa　(B) $\pi|a|$　(C) $\dfrac{\pi}{a}$　(D) $\dfrac{\pi}{|a|}$

18. 已知 $1<x<d$, 令 $a=(\log_d x)^2$, $b=\log_d(x^2)$, $b=\log_d(\log_d x)$, 则 ( )

(A) $a<b<c$　(B) $a<c<b$　(C) $c<b<a$　(D) $c<a<b$

19. 设 a, b 是两条异面直线, 那么下列四个命题中的假命题是 ( )

(A) 经过直线 a 有且只有一个平面平行于直线 b

(B) 经过直线 a 有且只有一个平面垂直于直线 b

(C) 存在分别经过直线 a 和 b 的两个互相平行的平面

(D) 存在分别经过直线 a 和 b 的两个互相垂直的平面

20. 下列四个函数中, 在定义域内不具有单调性的函数是 ( )

(A) $y=\cot(\arccos x)$　(B) $y=\tan(\arcsin x)$

(C) $y=\sin(\arctan x)$　(D) $y=\cos(\arctan x)$

21. 已知 $\log_5(x^2+2x-2)=0$, $2\log_5(x+2)-\log_5 y+\dfrac{1}{2}=0$, 求 y 的值.

22. 求方程 $\sqrt{5\cos x+\cos 2x}+\sin x=0$ 在 $[0,2\pi)$ 上的解.

23. 已知点 P 直线 $x=2$ 上移动, 直线 l 通过原点且与 OP 垂直, 通过点 $A(1,0)$ 及点 P 的直线 m 和直线 l 交于点 Q. 求点 Q 的轨迹方程, 并指出该轨迹的名称和它的焦点坐标.

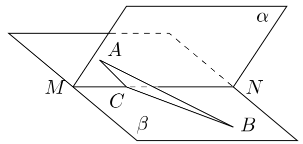
24. 已知直线 l: $x-ny=0$, $(n\in\mathbf{N})$; 圆 M: $(x+1)^2+(y+1)^2=1$; 抛物线 Φ: $y=(x-1)^2$. 又 L 与 M 交于点 A, B; L 与 Φ 交于点 C, D. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{|AB|^2}{|CD|^2}$.

25. 关于实数 x 的不等式 $\left|x-\dfrac{(a+1)^2}{2}\right|\leqslant\dfrac{(a-1)^2}{2}$ 与 $x^2-3(a+1)x+2(3a+1)\leqslant 0$ (其中 $a\in\mathbf{R}$) 的解集依次记为 A 与 B. 求使 $A\subseteq B$ 的 a 的取值范围.

26. 如图, 平面 α, β 相交于直线 MN, 点 A 在平面 α 上, 点 B 在平面 β 上, 点 C 在直线 MN 上, $\angle ACM=\angle BCN=45^\circ$, A—MN—B 是 60° 的二面角, $AC=1$. 求:

(1) 点 A 到平面 β 的距离;

(2) 二面角 A—BC—M 的大小 (用反三角函数表示).



27. 复平面上点 A, B 对应的复数分别为 $z_1=2$, $z_2=-3$, 点 P 对应的复数为 z, $\dfrac{z-z_1}{z-z_2}$ 的辐角主值为 φ. 当点 P 在以原点为圆心, 1 为半径的上半圆周 (不包括两个端点) 上运动时, 求 φ 的最小值.