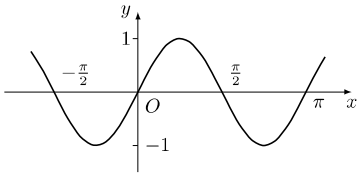


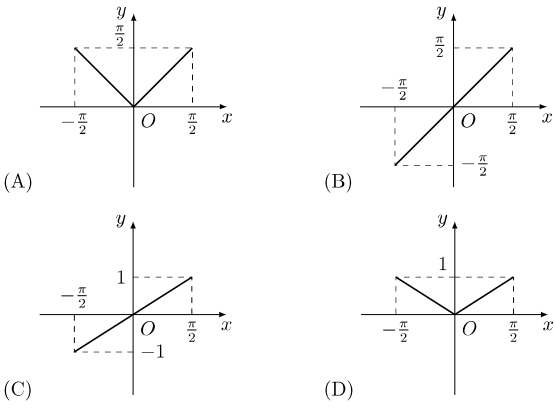
1987 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于 ()
(A) X (B) T (C) \emptyset (D) S
2. 设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 令 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, 那么它的准线方程为 ()
(A) $y = \pm \frac{a^2}{c}$ (B) $y = \pm \frac{b^2}{c}$
(C) $x = \pm \frac{a^2}{c}$ (D) $x = \pm \frac{b^2}{c}$
3. 设 a, b 是满足 $ab < 0$ 的实数, 那么 ()
(A) $|a + b| > |a - b|$ (B) $|a + b| < |a - b|$
(C) $|a - b| < ||a| - |b||$ (D) $|a - b| < |a| + |b|$
4. 已知 E, F, G, H 为空间中的四个点, 设命题甲: 点 E, F, G, H 不共面, 命题乙: 直线 EF 和 GH 不相交. 那么 ()
(A) 甲是乙的充分条件, 但不是必要条件
(B) 甲是乙的必要条件, 但不是充分条件
(C) 甲是乙的充要条件
(D) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙必要条件
5. 在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 ()
(A) $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ (B) $y = \frac{x}{1-x}$
(C) $y = -(x+1)^2$ (D) $y = 1 + x^2$
6. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 (如图) ()



- (A) 向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ (B) 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$
(C) 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ (D) 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$
7. 极坐标方程 $\rho = \sin \theta + 2 \cos \theta$ 所表示的曲线是 ()
(A) 直线 (B) 圆 (C) 双曲线 (D) 抛物线

8. 函数 $y = \arccos(\cos x) \left(x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]\right)$ 的图象是



9. 求函数 $y = \tan \frac{2x}{3}$ 的周期.

10. 已知方程 $\frac{x^2}{2+\lambda} - \frac{y^2}{1+\lambda} = 1$ 表示双曲线, 求 λ 的范围.

11. 若 $(1+x)^n$ 的展开式中, x^3 的系数等于 x 的系数的 7 倍, 求 n .

12. 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2+1} + \frac{2}{n^2+1} + \frac{3}{n^2+1} + \dots + \frac{2n}{n^2+1} \right)$.

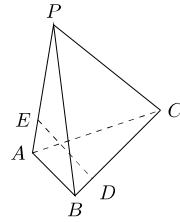
13. 在抛物线 $y = 4x^2$ 上求一点, 使该点到直线 $y = 4x - 5$ 的距离为最短.

14. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字且数字 1 与 2 不相邻的五位数. 求这种五位数的个数.

15. 一个正三棱台的下底和上底的周长分别为 30 cm 和 12 cm, 而侧面积等于两底面积之差, 求斜高.

16. 求 $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ$ 的值.

17. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA \perp BC, PA = BC = L, PA, BC$ 的公垂线 $ED = h$. 求证: 三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V = \frac{1}{6}L^2h$.



18. 设对所有实数 x , 不等式 $x^2 \log_2 \frac{4(a+1)}{a} + 2x \log_2 \frac{2a}{a+1} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

19. 设复数 z_1 和 z_2 满足关系式 $z_1 \bar{z}_2 + \bar{A} z_1 + A \bar{z}_2 = 0$, 其中 A 为不等于 0 的复数. 证明:

- (1) $|z_1 + A||z_2 + A| = |A|^2$;
- (2) $\frac{z_1 + A}{z_2 + A} = \left| \frac{z_1 + A}{z_2 + A} \right|$.

20. 设数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 的前 n 项的和 S_n 与 a_n 的关系是 $S_n = -ba_n + 1 - \frac{1}{(1+b)^n}$, 其中 b 是与 n 无关的常数, 且 $b \neq -1$.

- (1) 求 a_n 和 a_{n-1} 的关系式;
- (2) 写出用 n 和 b 表示 a_n 的表达式;
- (3) 当 $0 < b < 1$ 时, 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$.

21. 定长为 3 的线段 AB 的两端点在抛物线 $y^2 = x$ 上移动, 记线段 AB 的中点为 M , 求点 M 到 y 轴的最短距离, 并求此时点 M 的坐标.

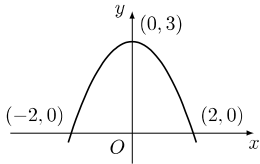
附加题

22. 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{2x} \right)^x$.

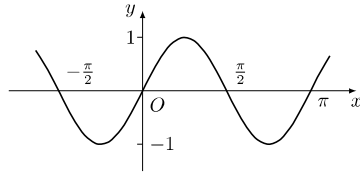
23. 设 $y = x \ln(1+x^2)$, 求 y' .

1987 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 设 S, T 是两个非空集合, 且 $S \not\subseteq T, T \not\subseteq S$, 令 $X = S \cap T$, 那么 $S \cup X$ 等于 ()
(A) X (B) T (C) \emptyset (D) S
2. 设椭圆方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$, 令 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, 那么它的准线方程为 ()
(A) $y = \pm \frac{a^2}{c}$ (B) $y = \pm \frac{b^2}{c}$
(C) $x = \pm \frac{a^2}{c}$ (D) $x = \pm \frac{b^2}{c}$
3. 设 $\log_3 4 \cdot \log_4 8 \cdot \log_8 m = \log_4 16$, 那么 m 等于 ()
(A) $\frac{9}{2}$ (B) 9 (C) 18 (D) 27
4. 复数 $\sin 40^\circ - i \cos 40^\circ$ 的辐角为 ()
(A) 40° (B) 140° (C) 220° (D) 310°
5. 二次函数 $y = f(x)$ 的图象如图所示, 那么此函数为 ()



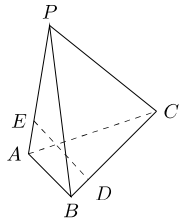
- (A) $y = x^2 - 4$ (B) $y = 4 - x^2$
(C) $y = \frac{3}{4}(4 - x^2)$ (D) $y = \frac{3}{4}(2 - x^2)$
6. 在区间 $(-\infty, 0)$ 上为增函数的是 ()
(A) $y = -\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ (B) $y = \frac{x}{1-x}$
(C) $y = -(x+1)^2$ (D) $y = 1 + x^2$
7. 已知平面上一点 P 在原坐标系中的坐标为 $(0, m) (m \neq 0)$, 而在平移后所得到的新坐标系中的坐标为 $(m, 0)$, 那么新坐标系的原点 O' 在原坐标系中的坐标为 ()
(A) $(-m, m)$ (B) $(m, -m)$ (C) (m, m) (D) $(-m, -m)$
8. 要得到函数 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 的图象, 只需将函数 $y = \sin 2x$ 的图象 (如图) ()
(A) 向左平行移动 $\frac{\pi}{3}$ (B) 向右平行移动 $\frac{\pi}{3}$
(C) 向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ (D) 向右平行移动 $\frac{\pi}{6}$



9. 求函数 $y = \sin^2 2x$ 的周期.
10. 已知方程 $\frac{x^2}{2+\lambda} - \frac{y^2}{1+\lambda} = 1$ 表示双曲线, 求 λ 的范围.
11. 若 $(1+x)^n$ 的展开式中, x^3 的系数等于 x 的系数的 7 倍, 求 n .
12. 求极限: $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \frac{3}{n^2} + \cdots + \frac{2n}{n^2} \right)$.
13. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字且数字 1 与 2 不相邻的五位数. 求这种五位数的个数.
14. 求函数 $y = \log_2(1 + 2x - 3x^2)$ 的定义域.
15. 圆锥底面积为 3π , 母线与底面所成的角为 60° , 求它的体积.
16. 发电厂发出的电是三相交流电, 它的三根导线上的电流强度分别是时间 t 的函数: $I_A = I \sin \omega t$, $I_B = I \sin(\omega t + 120^\circ)$, $I_C = I \sin(\omega t + 240^\circ)$, 求 $I_A + I_B + I_C$ 的值.

17. 在复平面内, 已知等边三角形的两个顶点表示的复数分别为 $2, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 求第三个顶点表示的复数.

18. 如图, 三棱锥 $P-ABC$ 中, 已知 $PA \perp BC$, $PA = BC = L$, PA, BC 的公垂线 $ED = h$. 求证: 三棱锥 $P-ABC$ 的体积 $V = \frac{1}{6}L^2h$.



19. 设对所有实数 x , 不等式 $x^2 \log_2 \frac{4(a+1)}{a} + 2x \log_2 \frac{2a}{a+1} + \log_2 \frac{(a+1)^2}{4a^2} > 0$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

20. 设复数 z_1 和 z_2 满足关系式 $z_1 \bar{z}_2 + \bar{A} z_1 + A \bar{z}_2 = 0$, 其中 A 为不等于 0 的复数. 证明:

- (1) $|z_1 + A||z_2 + A| = |A|^2$;
- (2) $\frac{z_1 + A}{z_2 + A} = \left| \frac{z_1 + A}{z_2 + A} \right|$.

21. 设数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 的前 n 项的和 S_n 与 a_n 满足 $S_n = k a_n + 1$ (其中 k 是与 n 无关的常数, 且 $k \neq 1$).
(1) 试写出用 n, k 表示的 a_n 的表达式;
(2) 若 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = 1$, 求 k 的取值范围.

22. 正方形 $ABCD$ 在直角坐标平面内, 已知其一条边 AB 在直线 $y = x + 4$ 上, C, D 在抛物线 $x = y^2$ 上, 求正方形 $ABCD$ 的面积.