1981 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设 A 表示有理数的集合, B 表示无理数的集合, 即设 $A=\{$有理数$\}$, $B=\{$无理数$\}$, 试写出:
   (1) $A\cup B$;
   (2) $A\cap B$.

2. 在 A、B、C、D 四位候选人中,
   (1) 如果选举正、副班长各一人, 共有几种选法? 写出所有可能的选举结果;
   (2) 如果选举班委三人, 共有几种选法? 写出所有可能的选举结果.

3. 下表所列各小题中, 指出 A 是 B 的充分条件, 还是必要条件, 还是充要条件, 或者都不是.

A	B	A是B的什么条件
四边形$ABCD$为平行四边形	四边形$ABCD$为矩形	
$a=3$	$\|a\|=3$	
$\theta=150^\circ$	$\sin\theta=\dfrac{1}{2}$	
点(a,b)在圆$x^2+y^2=R^2$上	$a^2+b^2=R^2$	

4. 写出余弦定理 (只写一个公式即可), 并加以证明.

5. 解不等式 (x 为未知数) : $\begin{vmatrix} x-a & b & -c \\ a & x-b & c \\ -a & b & x-c \end{vmatrix}>0$.

6. 用数学归纳法证明等式: $\cos\dfrac{x}{2}\cdot\cos\dfrac{x}{2^2}\cdot\cos\dfrac{x}{2^3}\cdot\cdots\cdot\cos\dfrac{x}{2^n}=\dfrac{\sin x}{2^n\sin\dfrac{x}{2^n}}$. 对一切自然数 n 都成立.

7. 设 1980 年底我国人口以 10 亿计算.
   (1) 如果我国人口每年比上年平均递增 2%, 那么到 2000 年底将达到多少?
   (2) 要使 2000 年底我国人口不超过 12 亿, 那么每年比上年平均递增率最高是多少?

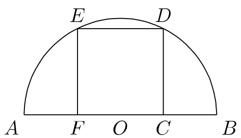
下列对数值可供选用:		
$\lg 1.0087=0.00377$	$\lg 1.0092=0.00396$	$\lg 1.0096=0.00417$
$\lg 1.0200=0.00860$	$\lg 1.2000=0.07918$	$\lg 1.3098=0.11720$
$\lg 1.4568=0.16340$	$\lg 1.4859=0.17200$	$\lg 1.5157=0.18060$

8. 在 120° 的二面角 $P-a-Q$ 的两个面 P 和 Q 内, 分别有点 A 和点 B, 已知点 A 和点 B 到棱 a 的距离分别为 2 和 4, 且线段 $AB=10$.
   (1) 求直线 AB 和棱 a 所成的角;
   (2) 求直线 AB 和平面 Q 所成的角.

9. 给定双曲线 $x^2-\dfrac{y^2}{2}=1$.
   (1) 过点 $A(2,1)$ 的直线 L 与所给的双曲线交于两点 P_1 及 P_2, 求线段 P_1P_2 的中点 P 的轨迹方程;
   (2) 过点 $B(1,1)$ 能否作直线 m, 使 m 与所给双曲线交于两点 Q_1 及 Q_2, 且点 B 是线段 Q_1Q_2 的中点? 这样的直线 m 如果存在, 求出它的方程; 如果不存在, 说明理由.

附加题

10. 已知以 AB 为直径的半圆有一个内接正方形 $CDEF$, 其边长为 1 (如图). 设 $AC=a$, $BC=b$, 作数列 $u_1=a-b$, $u_2=a^2-ab+b^2$, $u_3=a^3-a^2b+ab^2-b^3$, $\cdots$, $u_k=a^k-a^{k-1}b+a^{k-2}b2-\cdots+(-1)^kb^k$; 求证: $u_n=u_{n-1}+u_{n-2}$ $(n\geqslant 3)$.



1981 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 设 A 表示有理数的集合, B 表示无理数的集合, 即设 $A = \{有理数\}$, $B = \{无理数\}$, 试写出:
   (1) $A \cup B$;
   (2) $A \cap B$.

2. 化简: $\left[-\dfrac{a^7b^2}{\sqrt{3}(a+b)^2}\right]^2 \times \left[\dfrac{a^2-b^2}{a^2\sqrt{b}}\right]^4 \div \left[\dfrac{a^2(b-a)}{2}\right]^3$.

3. 在 A、B、C、D 四位候选人中,
   (1) 如果选举正、副班长各一人, 共有几种选法? 写出所有可能的选举结果;
   (2) 如果选举班委三人, 共有几种选法? 写出所有可能的选举结果.

4. 求函数 $f(x) = \sin x + \cos x$ 在区间 $(-\pi, \pi)$ 上的最大值.

5. 写出正弦定理, 并对钝角三角形的情况加以证明.

6. 已知正方形 $ABCD$ 的相对顶点 $A(0,-1)$ 和 $C(2,5)$, 求顶点 B 和 D 的坐标.

7. 设 1980 年底我国人口以 10 亿计算.
   (1) 如果我国人口每年比上年平均递增 2%, 那么到 2000 年底将达到多少?
   (2) 要使 2000 年底我国人口不超过 12 亿, 那么每年比上年平均递增率最高是多少?

下列对数值可供选用:

$\lg 1.0087 = 0.00377$	$\lg 1.0092 = 0.00396$	$\lg 1.0096 = 0.00417$
$\lg 1.0200 = 0.00860$	$\lg 1.2000 = 0.07918$	$\lg 1.3098 = 0.11720$
$\lg 1.4568 = 0.16340$	$\lg 1.4859 = 0.17200$	$\lg 1.5157 = 0.18060$

8. $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 为一正四棱柱, 过 A、C、B_1 三点作一截面, 求证: 截面 $ACB_1 \perp$ 对角面 DBB_1D_1.

9. (1) 设抛物线 $y^2 = 4x$ 截直线 $y = 2x + k$ 所得的弦长为 $3\sqrt{5}$, 求 k 的值.
   (2) 以本题 (1) 得到的弦为底边, 以 x 轴上的点 P 为顶点做成三角形. 当这三角形的面积为 9 时, 求 P 的坐标.