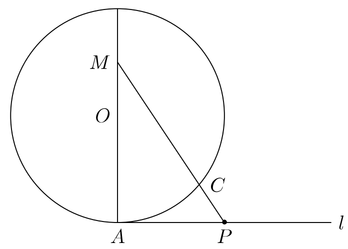
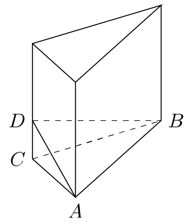
1984 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 数集 $X=\{(2n+1)\pi,\ n\text{是整数}\}$ 与数集 $Y=\{(4k\pm1)\pi,\ k\text{是整数}\}$ 之间的关系是 ( )
   (A) $X\subseteq Y$ (B) $X\supseteq Y$ (C) $X=Y$ (D) $X\neq Y$
2. 如果圆 $x^2+y^2+Gx+Ey+F=0$ 与 x 轴相切于原点, 那么 ( )
   (A) $F=0,\ G\neq0,\ E\neq0$ (B) $E=0,\ F=0,\ G\neq0$
   (C) $G=0,\ F=0,\ E\neq0$ (D) $G=0,\ E=0,\ F\neq0$
3. 如果 n 是正整数, 那么 $\dfrac{1}{8}\left[1-(-1)^n\right](n^2-1)$ 的值 ( )
   (A) 一定是零 (B) 一定是偶数
   (C) 是整数但不一定是偶数 (D) 不一定是整数
4. $\arccos(-x)$ 大于 $\arccos x$ 的充分条件是 ( )
   (A) $x\in(0,1]$ (B) $x\in(-1,0)$ (C) $x\in[0,1]$ (D) $x\in\left[0,\dfrac{\pi}{2}\right]$
5. 如果 θ 是第二象限角, 且满足 $\cos\dfrac{\theta}{2}-\sin\dfrac{\theta}{2}=\sqrt{1-\sin\theta}$, 那么 $\dfrac{\theta}{2}$ ( )
   (A) 是第一象限角
   (B) 是第三象限角
   (C) 可能是第一象限角, 也可能是第三象限角
   (D) 是第二象限角
6. 已知圆柱的侧面展开图是边长为 2 与 4 的矩形, 求圆柱的体积.
7. 函数 $\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 在什么区间上是增函数?
8. 求方程 $(\sin x+\cos x)^2=\dfrac{1}{2}$ 的解集.
9. 求 $\left(|x|+\dfrac{1}{|x|}-2\right)^3$ 的展开式中的常数项.
10. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-2^n}{3^n+1}$ 的值.
11. 要排一张有 6 个歌唱节目和 4 个舞蹈节目的演出节目单, 任何两个舞蹈节目不得相邻, 问有多少种不同的排法 (只要求写出式子, 不必计算).
12. 设 $H(x)=\begin{cases}0, & x\leqslant 0,\\ 1, & x>0,\end{cases}$ 画出函数 $y=H(x-1)$ 的图象.
13. 画出极坐标方程 $(\rho-2)\left(\theta-\dfrac{\pi}{4}\right)=0\ (\rho>0)$ 的曲线.
14. 已知三个平面两两相交, 有三条交线. 求证: 这三条交线交于一点或互相平行.
15. 设 $c,\ d,\ x$ 为实数, $c\neq0$, x 为未知数. 讨论方程 $\log_{\left(cx+\frac{d}{x}\right)}x=-1$ 在什么情况下有解, 有解时求出它的解.
16. 设 $p\neq0$, 实系数一元二次方程 $z^2-2pz+q=0$ 有两个虚数根 $z_1,\ z_2$. 再设 $z_1,\ z_2$ 在复平面内的对应点是 $Z_1,\ Z_2$. 求以 $Z_1,\ Z_2$ 为焦点且经过原点的椭圆的长轴的长.
17. 求经过定点 $M(1,2)$, 以 y 轴为准线, 离心率为 $\dfrac{1}{2}$ 的椭圆的左顶点的轨迹方程.
18. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A,\ \angle B,\ \angle C$ 所对的边分别为 $a,\ b,\ c$, 且 $c=10$, $\dfrac{\cos A}{\cos B}=\dfrac{b}{a}=\dfrac{4}{3}$, P 为 $\triangle ABC$ 的内切圆上的动点. 求点 P 到顶点 $A,\ B,\ C$ 的距离的平方和的最大值与最小值.
19. 设 $a>2$, 给定数列 $\{x_n\}$, 其中 $x_1=a$, $x_{n+1}=\dfrac{x_n^2}{2(x_n-1)}\ (n=1,2\cdots)$. 求证:
    (1) $x_n>2$, 且 $\dfrac{x_{n+1}}{x_n}<1\ (n=1,2\cdots)$;
    (2) 如果 $a\leqslant3$, 那么 $x_n\leqslant2+\dfrac{1}{2^{n-1}}\ (n=1,2\cdots)$;
    (3) 如果 $a>3$, 那么当 $n\geqslant\dfrac{\lg\frac{a}{3}}{\lg\frac{4}{3}}$ 时, 必有 $x_{n+1}<3$.
20. 如图, 已知圆心为 O、半径为 1 的圆与直线 L 相切于点 A, 一动点 P 自切点 A 沿直线 L 向右移动时, 取 $\overset{\frown}{AC}$ 的长为 $\dfrac{2}{3}AP$, 直线 PC 与直线 AO 交于点 M. 又知当 $AP=\dfrac{3\pi}{4}$ 时, 点 P 的速度为 v, 求这时点 M 的速度.



1984 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 数集 $X=\{(2n+1)\pi,\ n\text{是整数}\}$ 与数集 $Y=\{(4k\pm 1)\pi,\ k\text{是整数}\}$ 之间的关系是 ( )
   (A) $X\subseteq Y$ (B) $X\supseteq Y$ (C) $X=Y$ (D) $X\neq Y$
2. 函数 $y=f(x)$ 与它的反函数 $y=f^{-1}(x)$ 的图象 ( )
   (A) 关于 y 轴对称 (B) 关于原点对称
   (C) 关于直线 $x+y=0$ 对称 (D) 关于直线 $x-y=0$ 对称
3. 复数 $\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{i}$ 的三角形式是 ( )
   (A) $\cos\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)+\mathrm{i}\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)$ (B) $\cos\dfrac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\dfrac{\pi}{3}$
   (C) $\cos\dfrac{\pi}{3}-\mathrm{i}\sin\dfrac{\pi}{3}$ (D) $\cos\dfrac{\pi}{3}+\mathrm{i}\sin\dfrac{5\pi}{6}$
4. 直线与平面平行的充要条件是这条直线与平面内的 ( )
   (A) 一条直线不相交 (B) 两条直线不相交
   (C) 任意一条直线都不相交 (D) 无数条直线不相交
5. 方程 $x^2-79x+1=0$ 的两根可分别作为 ( )
   (A) 一椭圆和一双曲线的离心率 (B) 两抛物线的离心率
   (C) 一椭圆和一抛物线的离心率 (D) 两椭圆的离心率
6. 已知函数 $\log_{0.5}(2x-3)>0$, 求 x 的取值范围.
7. 已知圆柱的侧面展开图是边长为 2 与 4 的矩形, 求圆柱的体积.
8. 已知实数 m 满足 $2x^2-(2\mathrm{i}-1)x+m-\mathrm{i}=0$, 求 m 及 x 的值.
9. 求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(n^2+1)+(n^2+2)+\cdots+(n^2+n)}{n(n-1)(n-2)}$ 的值.
10. 要排一张有 6 个歌唱节目和 4 个舞蹈节目的演出节目单, 任何两个舞蹈节目不得相邻, 问有多少种不同的排法 (只要求写出式子, 不必计算).
11. 画出方程 $y^2=-4x$ 的曲线.
12. 画出函数 $y=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ 的图象.
13. 已知等差数列 a, b, c 中的三个数都是正数, 且公差不为零. 求证它们的倒数所组成的数列 $\dfrac{1}{a}$, $\dfrac{1}{b}$, $\dfrac{1}{c}$ 不可能成等差数列.
14. 把 $1-\dfrac{1}{4}\sin^2 2\alpha-\sin^2\beta-\cos^4\alpha$ 化成三角函数的积的形式 (要求结果最简).
15. 如图, 经过正三棱柱底面一边 AB, 作与底面成 30° 角的平面, 已知截面三角形 ABD 的面积为 $32\ \mathrm{cm}^2$, 求截得的三棱锥 $D-ABC$ 的体积.



16. 某工厂 1983 年生产某种产品 2 万件, 计划从 1984 年开始, 每年的产量比上一年增长 20%. 问从哪一年开始, 这家工厂生产这种产品的年产量超过 12 万件 (已知 $\lg 2=0.3010$, $\lg 3=0.4771$).
17. 已知两个椭圆的方程分别是 C_1: $x^2+9y^2-45=0$, C_2: $x^2+9y^2-6x-27=0$.
   (1) 求这两个椭圆的中心、焦点的坐标;
   (2) 求经过这两个椭圆的交点且与直线 $x-2y+11=0$ 相切的圆的方程.