

1980 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 将多项式 $x^5y - 9xy^5$ 分别在下列范围内分解因式:

(1) 有理数范围;

(2) 实数范围;

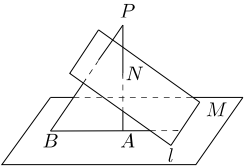
(3) 复数范围.

2. 半径为 1、2、3 的三个圆两两外切. 证明: 以这三个圆的圆心为顶点的三角形是直角三角形.

3. 用解析几何方法证明: 三角形的三条高线交于一点.

4. 证明对数换底公式: $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$ (a, b, N 都是正数, $a \neq 1, b \neq 1$).

5. 直升飞机上一点 P 在地面 M 上的正射影是 A , 从 P 看地面上一物体 B (不同于 A). 直线 PB 垂直于飞机窗玻璃所在的平面 N (如图). 证明: 平面 N 必与平面 M 相交, 且交线 l 垂直于 AB .



6. 设三角函数 $f(x) = \sin\left(\frac{k\pi}{5} + \frac{\pi}{3}\right)$, 其中 $k \neq 0$.

(1) 写出 $f(x)$ 极大值 M 、极小值 m 与最小正周期 T ;

(2) 试求最小的正整数 k , 使得当自变量 x 在任意两个整数间 (包括整数本身) 变化时, 函数 $f(x)$ 至少有一个值是 M 与一个值是 m .

7. CD 为直角 $\triangle ABC$ 中斜边 AB 上的高, 已知 $\triangle ACD$ 、 $\triangle CBD$ 、 $\triangle ABC$ 的面积成等比数列, 求 $\angle B$ (用反三角函数表示).

8. 已知 $0 < \alpha < \pi$, 证明: $2\sin\alpha \leq \cot\frac{\alpha}{2}$; 并讨论 α 为何值时等号成立.

9. 抛物线的方程是 $y^2 = 2x$, 有一个半径为 1 的圆, 圆心在 x 轴上运动. 问这个圆运动到什么位置时, 圆与抛物线在交点处的切线互相垂直.
(注: 设 $P(x_0, y_0)$ 是抛物线 $y^2 = 2px$ 上一点, 则抛物线在 P 点处的切线斜率是 $\frac{p}{y_0}$).

附加题

10. 设直线 l 的参数方程是 $\begin{cases} x = t, \\ y = b + mt, \end{cases}$ (t 是参数), 椭圆 E 的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 + a \cos \theta, \\ y = \sin \theta, \end{cases}$ (θ 是参数), 问 a, b 应满足什么条件, 使得对于任意 m 值来说, 直线 l 与椭圆 E 总有公共点.

1980 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 化简: $\frac{1-3i}{3-2i}$.

2. 解方程组:
$$\begin{cases} 2x-3y-z=5, \\ 4x+2y+3z=9, \\ 3x+2y=-1. \end{cases}$$

3. 用解析法证明: 直径所对的圆周角是直角.

4. 某地区 1979 年的轻工业产值占工业总产值的 20%, 要使 1980 年的工业总产值比上一年增长 10%, 且使 1980 年的轻工业产值占工业总产值的 24%, 问 1980 年轻工业产值应比上一年增长百分之几?

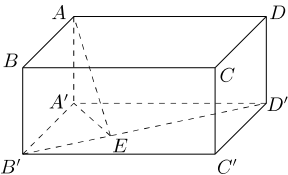
5. 设 $\frac{3\pi}{4} < \theta < \frac{5\pi}{4}$, 化简:
$$\frac{\sqrt{\cos \frac{\pi}{4} \sin \left(\frac{3\pi}{4} - \theta \right) \left[\sin (\pi - \theta) - \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right]}}{\sin \left(\theta + \frac{\pi}{4} \right)}.$$

6. (1) 若四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 将四边形分成面积相等的两个三角形, 证明: 直线 AC 必平分对角线 BD ;

(2) 写出 (1) 的逆命题, 这个逆命题是否正确? 为什么?

7. 如图, 长方形框架 $ABCD-A'B'C'D'$ 三边 AB 、 AD 、 AA' 的长分别为 6、8、3.6, AE 与底面的对角线 $B'D'$ 垂直于 E .

- (1) 证明 $A'E \perp B'D'$;
(2) 求 AE 的长.



8. (1) 把参数方程
$$\begin{cases} x = \sec t, \\ y = 2 \tan t, \end{cases} \quad (t \text{ 为参数})$$
 化为直角坐标方程, 并画出方程的曲线的略图;
(2) 当 $0 \leq t < \frac{\pi}{2}$ 及 $\pi \leq t < \frac{3\pi}{2}$ 时, 各得到曲线的哪一部分?