

1982 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 填表:

	函数	使函数有意义的 x 的实数范围
1	$y = \sqrt{-x^2}$	
2	$y = \sqrt{(-x)^2}$	
3	$y = \arcsin(\sin x)$	
4	$y = \sin(\arcsin x)$	
5	$y = 10^{\lg x}$	
6	$y = \lg 10^x$	

2. (1) 求 $(-1 + i)^{20}$ 展开式中第 15 项的数值;

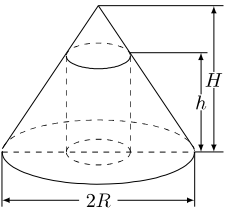
(2) 求 $y = \cos^2 \frac{x}{3}$ 的导数.

3. 在平面直角坐标系内, 下列方程表示什么曲线? 画出它们的图形.

(1)
$$\begin{vmatrix} 2x & 1 & 1 \\ -3y & 2 & 3 \\ 6 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 0;$$

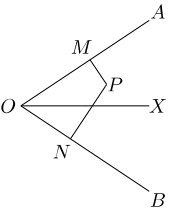
(2)
$$\begin{cases} x = 1 + \cos \varphi, \\ y = 2 \sin \varphi. \end{cases}$$

4. 已知圆锥体的底面半径为 R , 高为 H , 求内接于这个圆锥体并且体积最大的圆柱体的高 h (如图).

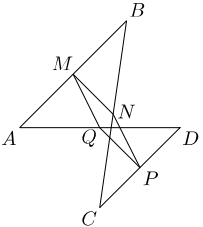


5. 设 $0 < x < 1$, $a > 0$, $a \neq 1$, 比较 $|\log_a(1 - x)|$ 与 $|\log_a(1 + x)|$ 的大小. (要写出比较过程)

6. 如图: 已知锐角 $\angle AOB = 2\alpha$ 内有动点 P , $PM \perp OA$, $PN \perp OB$, 且四边形 $PMON$ 的面积等于常数 c^2 . 今以 O 为极点, $\angle AOB$ 的角平分线 OX 为极轴, 求动点 P 的轨迹的极坐标方程, 并说明它表示什么曲线.



7. 已知空间四边形 $ABCD$ 中 $AB = BC$, $CD = DA$, M , N , P , Q 分别是边 AB , BC , CD , DA 的中点 (如图). 求证: $MNPQ$ 是一个矩形.



8. 抛物线 $y^2 = 2px$ 的内接三角形有两边与抛物线 $x^2 = 2qy$ 相切, 证明这个三角形的第三边也与 $x^2 = 2qy$ 相切.

附加题

9. 已知数列 $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ 和数列 $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$, 其中 $a_1 = p$, $b_1 = q$, $a_n = pa_{n-1}$, $b_n = qa_{n-1} + rb_{n-1}$ ($n \geq 2$), (p, q, r 是已知常数, 且 $q \neq 0, p > r > 0$).

(1) 用 p, q, r, n 表示 b_n , 并用数学归纳法加以证明;

(2) 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n}{\sqrt{a_n^2 + b_n^2}}$.

1982 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 填表:

	函数	使函数有意义的 x 的实数范围
1	$y = \sqrt{-x^2}$	
2	$y = \sqrt{(-x)^2}$	
3	$y = 10^{\lg x}$	
4	$y = \lg 10^x$	

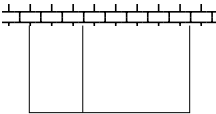
2. 求 $(-1 + i)^{20}$ 展开式中第 15 项的数值.

3. 在平面直角坐标系内, 表中的方程表示什么曲线? 并画出它们的图形:

	方程	曲线名称	图形
1	$4x^2 + y^2 = 4$		
2	$x - 3 = 0$		

4. 已知 $x - y = \frac{1}{2}$, $x^2 + y^2 = 1$, 求 $x^2 - y^2$ 的值.

5. 以墙为一边, 用篱笆围成长方形的场地, 并用平行于一边的篱笆隔开 (如图). 已知篱笆的总长为定值 L , 这块场地的长和宽各为多少时场地的面积最大? 最大面积是多少?



6. 已知正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 a .
(1) 用平面 A_1BC_1 截去一角后, 求剩余部分的体积;
(2) 求 A_1B 和 B_1C 所成的角.

7. 已知定点 A, B 且 $AB = 2a$, 如果动点 P 到点 A 的距离和到点 B 的距离之比为 $2 : 1$, 求点 P 的轨迹方程, 并说明它表示什么曲线.

8. 求 $\tan 9^\circ + \cot 117^\circ - \tan 243^\circ - \cot 351^\circ$ 的值.

9. 如图, 已知 $\triangle AOB$ 中, $OA = b$, $OB = a$, $\angle AOB = \theta$ ($a \geq b$, θ 是锐角). 作 $AB_1 \perp OB$, $B_1A_1 \parallel BA$; 再作 $A_1B_2 \perp OB$, $B_2A_2 \parallel BA$; 如此无限连续作下去. 设 $\triangle ABB_1$, $\triangle A_1B_1B_2$, \dots 的面积分别为 S_1, S_2, \dots , 求无穷数列 S_1, S_2, \dots 的和.

