1991 普通高等学校招生考试 (全国卷)

1. 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$, 并且 α 是第二象限的角, 那么 $\tan\alpha$ 的值等于 ( )

(A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

2. 焦点在 $(-1,0)$, 顶点在 $(1,0)$ 的抛物线方程是 ( )

(A) $y^2=8(x+1)$ (B) $y^2=-8(x+1)$

(C) $y^2=8(x-1)$ (D) $y^2=-8(x-1)$

3. 函数 $y=\cos^4 x-\sin^4 x$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

4. 如果把两条异面直线看成"一对", 那么六棱锥的棱所在的 12 条直线中, 异面直线共有 ( )

(A) 12 对 (B) 24 对 (C) 36 对 (D) 48 对

5. 函数 $y=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{2}\right)$ 的图象的一条对称轴的方程是 ( )

(A) $x=-\frac{\pi}{2}$ (B) $x=-\frac{\pi}{4}$ (C) $x=\frac{\pi}{8}$ (D) $x=\frac{5\pi}{4}$

6. 如果三棱锥 $S-ABC$ 的底面是不等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等, 且顶点 S 在底面的射影 O 在 $\triangle ABC$ 内, 那么 O 是 $\triangle ABC$ 的( )

(A) 垂心 (B) 重心 (C) 外心 (D) 内心

7. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_n>0$, $a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$, 那么 a_3+a_5 的值等于 ( )

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20

8. 如果圆锥曲线的极坐标方程为 $\rho=\frac{16}{5-3\cos\theta}$, 那么它的焦点的极坐标为 ( )

(A) $(0,0)$, $(6,\pi)$ (B) $(-3,0)$, $(3,0)$

(C) $(0,0)$, $(3,0)$ (D) $(0,0)$, $(6,0)$

9. 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台, 其中至少要有甲型与乙型电视机各 1 台, 则不同的取法共有 ( )

(A) 140 种 (B) 84 种 (C) 70 种 (D) 35 种

10. 如果 $AC<0$ 且 $BC<0$, 那么直线 $Ax+By+C=0$ 不通过 ( )

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

11. 设甲、乙、丙是三个命题. 如果甲是乙的必要条件; 丙是乙的充分条件但不是乙的必要条件, 那么 ( )

(A) 丙是甲的充分条件, 但不是甲的必要条件

(B) 丙是甲的必要条件, 但不是甲的充分条件

(C) 丙是甲的充要条件

(D) 丙不是甲的充分条件, 也不是甲的必要条件

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n+2}\right)\right]$ 的值等于 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

13. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3,7]$ 上是增函数且最小值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是 ( )

(A) 增函数且最小值为 -5 (B) 增函数且最大值为 -5

(C) 减函数且最小值为 -5 (D) 减函数且最大值为 -5

14. 圆 $x^2+2x+y^2+4y-3=0$ 上到直线 $x+y+1=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点共有 ( )

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

15. 设全集为 $\mathbf{R}$, $f(x)=\sin x$, $g(x)=\cos x$, $M=\{x\mid f(x)\neq 0\}$, $N=\{x\mid g(x)\neq 0\}$, 那么集合 $\{x\mid f(x)g(x)=0\}$ 等于 ( )

(A) $\overline{M}\cap\overline{N}$ (B) $\overline{M}\cup N$ (C) $M\cup\overline{N}$ (D) $\overline{M}\cup\overline{N}$

16. $\arctan\frac{1}{3}+\arctan\frac{1}{2}$ 的值是______.

17. 不等式 $6^{x^2+x-2}<1$ 的解集是______.

18. 已知正三棱台上底面边长为 2, 下底面边长为 4, 且侧棱与底面所成的角是 45°, 那么这个正三棱台的体积等于______.

19. $(ax+1)^7$ 的展开式中, x^3 的系数是 x^2 的系数与 x^4 的系数的等差中项. 若实数 $a>1$, 那么 $a=$______.

20. 在球面上有四个点 P、A、B、C, 如果 PA、PB、PC 两两互相垂直, 且 $PA=PB=PC=a$. 那么这个球面的面积是______.

21. 求函数 $y=\sin^2 x+2\sin x\cos x+3\cos^2 x$ 的最小值, 并写出使函数 y 取最小值的 x 的集合.

22. 已知复数 $z=1+\mathrm{i}$, 求复数 $\frac{z^2-3z+6}{z+1}$ 的模和辐角的主值.

23. 已知 $ABCD$ 是边长为 4 的正方形, E、F 分别是 AB、AD 的中点, GC 垂直于 $ABCD$ 所在的平面, 且 $GC=2$. 求点 B 到平面 EFG 的距离.

24. 根据函数单调性的定义, 证明函数 $f(x)=-x^3+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数.

25. 已知 n 为自然数, 实数 $a>1$, 解关于 x 的不等式 : $\log_a x-4\log_{a^2}x+12\log_{a^3}x+\cdots+n(-2)^{n-1}\log_{a^n}x>\frac{1-(-2)^n}{3}\log_a(x^2-a)$.

26. 双曲线的中心在坐标原点 O, 焦点在 x 轴上, 过双曲线右焦点且斜率为 $\sqrt{\frac{3}{5}}$ 的直线交双曲线于 P、Q 两点. 若 $OP\perp OQ$, $|PQ|=4$, 求双曲线的方程.

1991 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$, 并且 α 是第二象限的角, 那么 $\tan\alpha$ 的值等于 ( )

(A) $-\frac{4}{3}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{4}{3}$

2. 焦点在 $(-1,0)$, 顶点在 $(1,0)$ 的抛物线方程是 ( )

(A) $y^2=8(x+1)$ (B) $y^2=-8(x+1)$

(C) $y^2=8(x-1)$ (D) $y^2=-8(x-1)$

3. 点 $P(2,5)$ 关于直线 $x+y=0$ 的对称点的坐标是 ( )

(A) $(5,2)$ (B) $(2,-5)$ (C) $(-5,-2)$ (D) $(-2,-5)$

4. 函数 $y=\cos^4 x-\sin^4 x$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

5. 如果把两条异面直线看成"一对", 那么六棱锥的棱所在的 12 条直线中, 异面直线共有 ( )

(A) 12 对 (B) 24 对 (C) 36 对 (D) 48 对

6. 函数 $y=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{2}\right)$ 的图象的一条对称轴的方程是 ( )

(A) $x=-\frac{\pi}{2}$ (B) $x=-\frac{\pi}{4}$ (C) $x=\frac{\pi}{8}$ (D) $x=\frac{5\pi}{4}$

7. 如果三棱锥 $S-ABC$ 的底面是不等边三角形, 侧面与底面所成的二面角都相等, 且顶点 S 在底面的射影 O 在 $\triangle ABC$ 内, 那么 O 是 $\triangle ABC$ 的( )

(A) 垂心 (B) 重心 (C) 外心 (D) 内心

8. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且 $a_n>0$, $a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$, 那么 a_3+a_5 的值等于 ( )

(A) 5 (B) 10 (C) 15 (D) 20

9. 已知函数 $y=\frac{6x+5}{x-1}$ $(x\in\mathbf{R}, x\neq 1)$, 那么它的反函数为 ( )

(A) $y=\frac{6x+5}{x-1}$ $(x\in\mathbf{R}, x\neq 1)$ (B) $y=\frac{x+5}{x-6}$ $(x\in\mathbf{R}, x\neq 6)$

(C) $y=\frac{x-1}{6x+5}$ $(x\in\mathbf{R}, x\neq -\frac{5}{6})$ (D) $y=\frac{x-6}{x+5}$ $(x\in\mathbf{R}, x\neq -5)$

10. 从 4 台甲型和 5 台乙型电视机中任意取出 3 台, 其中至少要有甲型与乙型电视机各 1 台, 则不同的取法共有 ( )

(A) 140 种 (B) 84 种 (C) 70 种 (D) 35 种

11. 设甲、乙、丙是三个命题. 如果甲是乙的必要条件; 丙是乙的充分条件但不是乙的必要条件, 那么 ( )

(A) 丙是甲的充分条件, 但不是甲的必要条件

(B) 丙是甲的必要条件, 但不是甲的充分条件

(C) 丙是甲的充要条件

(D) 丙不是甲的充分条件, 也不是甲的必要条件

12. $\lim\limits_{n\to\infty}\left[n\left(1-\frac{1}{3}\right)\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1-\frac{1}{5}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{n+2}\right)\right]$ 的值等于 ( )

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

13. 如果 $AC<0$ 且 $BC<0$, 那么直线 $Ax+By+C=0$ 不通过 ( )

(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限

14. 如果奇函数 $f(x)$ 在区间 $[3,7]$ 上是增函数且最小值为 5, 那么 $f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是 ( )

(A) 增函数且最小值为 -5 (B) 增函数且最大值为 -5

(C) 减函数且最小值为 -5 (D) 减函数且最大值为 -5

15. 圆 $x^2+2x+y^2+4y-3=0$ 上到直线 $x+y+1=0$ 的距离为 $\sqrt{2}$ 的点共有 ( )

(A) 1 个 (B) 2 个 (C) 3 个 (D) 4 个

16. 双曲线以直线 $x=-1$ 和 $y=2$ 为对称轴, 如果它的一个焦点在 y 轴上, 那么它的另一个焦点的坐标是______.

17. 已知 $\sin x=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, 则 $\sin 2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=$______.

18. 不等式 $\lg(x^2+2x+2)<1$ 的解集是______.

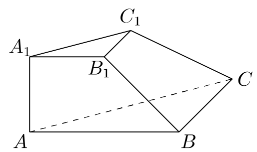
19. $(ax+1)^7$ 的展开式中, x^3 的系数是 x^2 的系数与 x^4 的系数的等差中项. 若实数 $a>1$, 那么 $a=$______.

20. 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 已知顶点 A 上三条棱长分别是 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, 2. 如果对角线 AC_1 与过点 A 的相邻三个面所成的角分别是 α, β, γ, 那么 $\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma=$______.

21. 求函数 $y=\sin^2 x+2\sin x\cos x+3\cos^2 x$ 的最大值.

22. 已知复数 $z=1+\mathrm{i}$, 求复数 $\frac{z^2-3z+6}{z+1}$ 的模和辐角的主值.

23. 如图, 在三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 已知 $AA_1\perp$ 底面 ABC, $A_1A=A_1B_1=B_1C_1=a$, $B_1B\perp BC$, 且 B_1B 和底面 ABC 所成的角是 $45°$, 求这个棱台的体积.



24. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $b_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{a_n}$, 已知: $b_1++b_2+b_3=\frac{21}{8}$, $b_1b_2b_3=\frac{1}{8}$. 求等差数列的通项 a_n.

25. 设 $a>0$, $a\neq 1$, 解关于 x 的不等式 : $a^{x^4-2x^2}>\left(\frac{1}{a}\right)^{a^2}$.

26. 已知椭圆的中心在坐标原点 O, 焦点在坐标轴上, 直线 $y=x+1$ 与该椭圆相交于 P 和 Q, 且 $OP\perp OQ$, $|PQ|=\frac{\sqrt{10}}{2}$, 求椭圆的方程.

1991 普通高等学校招生考试 (三南卷)

1. $\sin 15^\circ \cos 30^\circ \sin 75^\circ$ 的值等于 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ (C) $\frac{1}{8}$ (D) $\frac{1}{4}$

2. 已知一个等差数列的第 5 项等于 10, 前 3 项的和等于 3, 那么 ( )

(A) 它的首项是 -2, 公差是 3 (B) 它的首项是 2, 公差是 -3

(C) 它的首项是 -3, 公差是 2 (D) 它的首项是 3, 公差是 -2

3. 设正六棱锥的底面边长为 1, 侧棱长为 $\sqrt{5}$, 那么它的体积为 ( )

(A) $6\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{3}$ (D) 2

4. 在直角坐标系 xOy 中, 参数方程 $\begin{cases} x=2t+1, \\ y=2t^2-1, \end{cases}$ (其中 t 是参数) 表示的曲线是 ( )

(A) 双曲线 (B) 抛物线 (C) 直线 (D) 圆

5. 设全集为自然数集 $\mathbf{N}$, $E=\{x \mid x=2n,\ n\in\mathbf{N}\}$, $F=\{x \mid x=4n,\ n\in\mathbf{N}\}$, 那么集合 N 可以表示成 ( )

(A) $E\cap F$ (B) $\overline{E}\cup F$ (C) $E\cup\overline{F}$ (D) $\overline{E}\cap\overline{F}$

6. 已知 z_1, z_2 是两个给定的复数, 且 $z_1\neq z_2$, 它们在复平面上分别对应于点 Z_1 和点 Z_2. 如果 z 满足方程 $|z-z_1|-|z-z_2|=0$, 那么 z 对应的点 Z 的集合是 ( )

(A) 双曲线 (B) 线段 Z_1Z_2 的垂直平分线

(C) 分别过 Z_1, Z_2 的两条相交直线 (D) 椭圆

7. 设 $5\pi<\theta<6\pi$, $\cos\frac{\theta}{2}=a$, 那么 $\sin\frac{\theta}{4}$ 等于 ( )

(A) $-\frac{\sqrt{1+a}}{2}$ (B) $-\frac{\sqrt{1-a}}{2}$ (C) $-\sqrt{\frac{1+a}{2}}$ (D) $-\sqrt{\frac{1-a}{2}}$

8. 函数 $y=\sin x$, $x\in\left[\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}\right]$ 的反函数为 ( )

(A) $y=\arcsin x$, $x\in[-1,1]$ (B) $y=-\arcsin x$, $x\in[-1,1]$

(C) $y=\pi+\arcsin x$, $x\in[-1,1]$ (D) $y=\pi-\arcsin x$, $x\in[-1,1]$

9. 复数 $z=-3\left(\sin\frac{4}{3}\pi-\mathrm{i}\cos\frac{4}{3}\pi\right)$ 的辐角的主值是 ( )

(A) $\frac{4}{3}\pi$ (B) $\frac{5}{3}\pi$ (C) $\frac{11}{6}\pi$ (D) $\frac{\pi}{6}$

10. 满足 $\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\geqslant\frac{1}{2}$ 的 x 的集合是 ( )

(A) $\left\{x \,\middle|\, 2k\pi+\frac{5}{12}\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{13}{12}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(B) $\left\{x \,\middle|\, 2k\pi-\frac{\pi}{12}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{7}{12}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(C) $\left\{x \,\middle|\, 2k\pi+\frac{\pi}{6}\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{5}{6}\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

(D) $\left\{x \,\middle|\, 2k\pi\leqslant x\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{6} \text{ 或 } 2k\pi+\frac{5}{6}\pi\leqslant x\leqslant(2k+1)\pi,\ k\in\mathbf{Z}\right\}$

11. 点 $(4,0)$ 关于直线 $5x+4y+21=0$ 的对称点是 ( )

(A) $(-6,8)$ (B) $(-8,-6)$ (C) $(6,8)$ (D) $(-6,-8)$

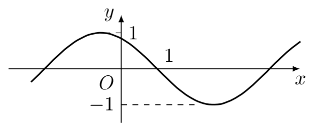
12. 极坐标方程 $4\sin 2\theta=3$ 表示的曲线是 ( )

(A) 二条射线 (B) 二条相交直线 (C) 圆 (D) 抛物线

13. 由数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 组成无重复数字的六位数, 其中个位数字小于十位数字的共有 ( )

(A) 210 个 (B) 300 个 (C) 464 个 (D) 600 个

14. 如图是周期为 2π 的三角函数 $y=f(x)$ 的图象, 那么 $f(x)$ 可以写成 ( )



(A) $\sin(1+x)$ (B) $\sin(-1-x)$ (C) $\sin(x-1)$ (D) $\sin(1-x)$

15. 设命题甲为 $\lg x^2=0$; 命题乙为 $x=1$. 那么 ( )

(A) 甲是乙的充分条件, 但不是乙的必要条件

(B) 甲是乙的必要条件, 但不是乙的充分条件

(C) 甲是乙的充要条件

(D) 甲不是乙的充分条件, 也不是乙的必要条件

16. $\left(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$ 的展开式中常数项是 ( )

(A) -160 (B) -20 (C) 20 (D) 160

17. 体积相等的正方体, 球, 等边圆柱 (即底面直径与母线相等的圆柱) 的全面积分别为 S_1, S_2, S_3, 那么它们的大小关系为 ( )

(A) $S_1<S_2<S_3$ (B) $S_1<S_3<S_2$ (C) $S_2<S_3<S_1$ (D) $S_2<S_1<S_3$

18. 曲线 $2y^2+3x+3=0$ 与曲线 $x^2+y^2-4x-5=0$ 的公共点的个数是( )

(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1

19. 椭圆 $9x^2+16y^2=144$ 的离心率为 ______.

20. 设复数 $z_1=2-\mathrm{i}$, $z_2=1-3\mathrm{i}$, 则复数 $\frac{\mathrm{i}}{z_1}+\frac{\overline{z_2}}{5}$ 的虚部等于______.

21. 已知圆台的上, 下底面半径分别为 r, $2r$, 侧面积等于上, 下底面积之和, 则圆台的高为 ______.

22. $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{4n\cdot 2^n+1}{n\cdot 3^n-1}=$______.

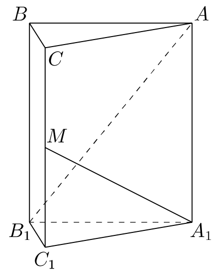
23. 在体积为 V 的斜三棱柱 $ABC-A'B'C'$ 中, 已知 S 是侧棱 CC' 上的一点, 过点 S, A, B 的截面截得的三棱锥的体积为 V_1, 那么过点 S, A', B' 的截面截得的三棱锥的体积为 ______.

24. 设函数 $f(x)=x^2+x+\frac{1}{2}$ 的定义域是 $\{n,n+1\}$ (n 是自然数), 那么在 $f(x)$ 的值域中共有 ______个整数.

25. 已知 α, β 为锐角, $\cos\alpha=\frac{4}{5}$, $\tan(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$, 求 $\cos\beta$ 的值.

26. 解不等式: $\sqrt{5-4x-x^2}\geqslant x$.

27. 如图, 已知直棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, $BC=1$, $AA_1=\sqrt{6}$, M 是 CC_1 的中点. 求证: $AB_1\perp A_1M$.



28. 设 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1=1$, S_n 是它的前 n 项和; $\{b_n\}$ 是等比数列, 其公比的绝对值小于 1, T_n 是它的前 n 项和, 如果 $a_3=b_2$, $S_5=2T_2-6$, $\lim\limits_{n\to\infty}T_n=9$, $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 的通项公式.

29. 已知双曲线 C 的实半轴长与虚半轴的乘积为 $\sqrt{3}$, C 的两个焦点分别为 F_1, F_2, 直线 l 过 F_2 且与直线 F_1F_2 的夹角为 $\tan\varphi=\frac{\sqrt{21}}{2}$, l 与线段 F_1F_2 的垂直平分线的交点是 P, 线段 PF_2 与双曲线 C 的交点为 Q, 且 $|PQ|:|QF_2|=2:1$. 求双曲线 C 的方程.

30. 已知函数 $f(x)=\frac{2^x-1}{2^x+1}$.

(1) 证明: $f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数;

(2) 证明: 对于任意不小于 3 的自然数 n, 都有 $f(n)>\frac{n}{n+1}$.