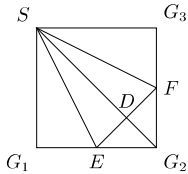


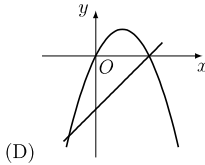
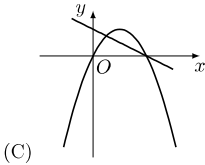
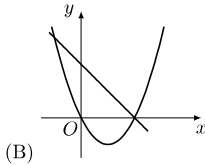
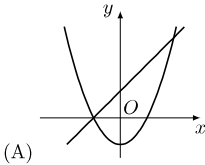
1986 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 在下列各数中, 已表示成三角形式的复数是 ( )
- (A)  $2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$  (B)  $2\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
- (C)  $2\left(\sin\frac{\pi}{4} + i\cos\frac{\pi}{4}\right)$  (D)  $-2\left(\sin\frac{\pi}{4} - i\cos\frac{\pi}{4}\right)$
2. 函数  $y = (0.2)^{-x} + 1$  的反函数是 ( )
- (A)  $y = \log_5(x+1)$  (B)  $y = \log_x 5 + 1$
- (C)  $y = \log_5(x-1)$  (D)  $y = \log_5 x - 1$
3. 极坐标方程  $\rho \cos \theta = \frac{4}{3}$  表示 ( )
- (A) 一条平行于  $x$  轴的直线 (B) 一条垂直于  $x$  轴的直线
- (C) 一个圆 (D) 一条抛物线
4. 函数  $y = \sqrt{2} \sin 2x \cos 2x$  是 ( )
- (A) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数 (B) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数
- (C) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的奇函数 (D) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的偶函数
5. 给出 20 个数: 87, 91, 94, 88, 93, 91, 89, 87, 92, 86, 90, 92, 88, 90, 91, 86, 89, 92, 95, 88, 它们的和是 ( )
- (A) 1789 (B) 1799 (C) 1879 (D) 1899
6. 设甲是乙的充分条件, 乙是丙的充要条件, 丙是丁的必要条件, 那么丁是甲的 ( )
- (A) 充分条件 (B) 必要条件
- (C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件
7. 如果方程  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  ( $D^2 + E^2 - 4F > 0$ ) 所表示的曲线关于直线  $y = x$  对称, 那么必有 ( )
- (A)  $D = E$  (B)  $D = F$
- (C)  $E = F$  (D)  $D = E = F$
8. 在正方形  $SG_1G_2G_3$  中,  $E$ 、 $F$  分别是  $G_1G_2$  及  $G_2G_3$  的中点,  $D$  是  $EF$  的中点, 现在沿  $SE$ 、 $SF$  及  $EF$  把这个正方形折成一个四面体, 使  $G_1$ 、 $G_2$ 、 $G_3$  三点重合, 重合后的点记为  $G$ , 那么, 在四面体  $S-EFG$  中必有 ( )



- (A)  $SG \perp \triangle EFG$  所在平面 (B)  $SD \perp \triangle EFG$  所在平面
- (C)  $GF \perp \triangle SEF$  所在平面 (D)  $GD \perp \triangle SEF$  所在平面

9. 在下列各图中,  $y = ax^2 + bx$  与  $y = ax + b$  ( $ab \neq 0$ ) 的图象只可能是 ( )



10. 当  $x \in [-1, 0]$  时, 在下面关系式中正确的是 ( )

- (A)  $\pi - \arccos(-x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$
- (B)  $\pi - \arcsin(-x) = \arccos \sqrt{1-x^2}$
- (C)  $\pi - \arccos x = \arcsin \sqrt{1-x^2}$
- (D)  $\pi - \arcsin x = \arccos \sqrt{1-x^2}$

11. 求方程  $\sqrt{25(x^2+x-0.5)} = \sqrt[3]{5}$  的解.

12. 已知  $\omega = \frac{-1-\sqrt{3}i}{2}$ , 求  $\omega^2 + \omega + 1$  的值.

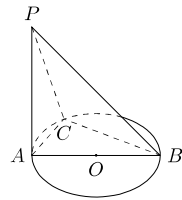
13. 在  $xOy$  平面上, 四边形  $ABCD$  的四个顶点坐标依次为  $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(2, 1)$  及  $(0, 3)$ , 求这个四边形绕  $x$  轴旋转一周所得到的几何体的体积.

14. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + (-2)^n}{3^{n+1} + (-2)^{n+1}}$ .

15. 求  $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$  展开式中的常数项.

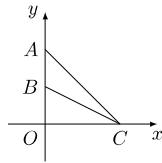
16. 已知  $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{2}$ , 求  $\sin^3 \theta - \cos^3 \theta$  的值.

17. 如图,  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面,  $C$  是圆周上不同于  $A$ 、 $B$  的任一点, 求证: 平面  $PAC$  垂直于平面  $PBC$ .



18. 当  $\sin 2x > 0$ , 求不等式  $\log_{0.5}(x^2 - 2x - 15) > \log_{0.5}(x + 13)$  的解集.

19. 如图, 在平面直角坐标系中, 在  $y$  轴的正半轴 (坐标原点除外) 上给定两点  $A$ 、 $B$ , 试在  $x$  轴的正半轴 (坐标原点除外) 上求点  $C$ , 使  $\angle ACB$  取得最大值.



20. 已知集合  $A$  和集合  $B$  各含有 12 个元素,  $A \cup B$  含有 4 个元素, 试求同时满足下面两个条件的集合  $C$  的个数:

- (1)  $C \subseteq A \cup B$  且  $C$  中含有 3 个元素,
- (2)  $C \cap A \neq \emptyset$  ( $\emptyset$  表示空集).

21. 过点  $M(-1, 0)$  的直线  $L_1$  与抛物线  $y^2 = 4x$  交于  $P_1$ 、 $P_2$  两点. 记: 线段  $P_1P_2$  的中点为  $P$ ; 过点  $P$  和这个抛物线的焦点  $F$  的直线为  $L_2$ ;  $L_1$  的斜率为  $k$ . 试把直线  $L_2$  的斜率与直线  $L_1$  的斜率之比表示为  $k$  的函数, 并指出这个函数的定义域、单调区间, 同时说明在每一单调区间上它是增函数还是减函数.

22. 已知  $x_1 > 0$ ,  $x_1 \neq 1$ , 且  $x_{n+1} = \frac{x_n(x_n^2 + 3)}{3x_n^2 + 1}$ , ( $n = 1, 2, \dots$ ). 试证: 数列  $\{x_n\}$  或者对任意自然数  $n$  都满足  $x_n < x_{n+1}$ , 或者对任意自然数  $n$  都满足  $x_n > x_{n+1}$ .

附加题

23. 求  $y = x \arctan x^2$  的导数.

24. 求过点  $(-1, 0)$  并与曲线  $y = \frac{x+1}{x+2}$  相切的直线方程.

1986 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 在下列各数中, 已表示成三角形式的复数是 ( )

- (A)  $2\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)$  (B)  $2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$   
(C)  $2\left(\sin \frac{\pi}{4} + i \cos \frac{\pi}{4}\right)$  (D)  $-2\left(\sin \frac{\pi}{4} - i \cos \frac{\pi}{4}\right)$

2. 函数  $y = 5^x + 1$  的反函数是 ( )

- (A)  $y = \log_5(x + 1)$  (B)  $y = \log_x 5 + 1$   
(C)  $y = \log_5(x - 1)$  (D)  $y = \log_{(x-1)} 5$

3. 已知全集  $I = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ ,  $A = \{3, 4, 5\}$ ,  $B = \{1, 3, 6\}$ , 那么集合  $\{2, 7, 8\}$  是 ( )

- (A)  $A \cup B$  (B)  $A \cap B$  (C)  $\overline{A} \cup \overline{B}$  (D)  $\overline{A} \cap \overline{B}$

4. 函数  $y = \sqrt{2} \sin 2x \cos 2x$  是 ( )

- (A) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的奇函数 (B) 周期为  $\frac{\pi}{2}$  的偶函数  
(C) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的奇函数 (D) 周期为  $\frac{\pi}{4}$  的偶函数

5. 已知  $c > 0$ , 在下列不等式中成立的一个是 ( )

- (A)  $c > 2^c$  (B)  $c > \left(\frac{1}{2}\right)^c$   
(C)  $2^c < \left(\frac{1}{2}\right)^c$  (D)  $2^c > \left(\frac{1}{2}\right)^c$

6. 有以下 20 个数: 87, 91, 94, 88, 93, 91, 89, 87, 92, 86, 90, 92, 88, 90, 91, 86, 89, 92, 95, 88, 它们的和是 ( )

- (A) 1789 (B) 1799 (C) 1879 (D) 1899

7. 已知某正方体对角线长为  $a$ , 那么这个正方体的全面积是 ( )

- (A)  $2\sqrt{2}a^2$  (B)  $2a^2$  (C)  $2\sqrt{3}a^2$  (D)  $3\sqrt{2}a^2$

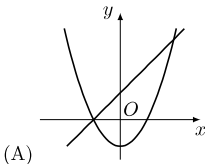
8. 如果方程  $x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0$  ( $D^2 + E^2 - 4F > 0$ ) 所表示的曲线关于直线  $y = x$  对称, 那么必有 ( )

- (A)  $D = E$  (B)  $D = F$   
(C)  $E = F$  (D)  $D = E = F$

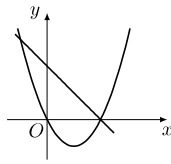
9. 设甲是乙的充分条件, 乙是丙的充要条件, 丙是丁的必要条件, 那么丁是甲的 ( )

- (A) 充分条件 (B) 必要条件  
(C) 充要条件 (D) 既不充分也不必要的条件

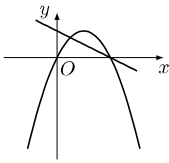
10. 在下列各图中,  $y = ax^2 + bx$  与  $y = ax + b$  ( $ab \neq 0$ ) 的图象只可能是 ( )



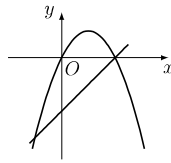
(A)



(B)



(C)



(D)

11. 求方程  $\sqrt{25^{(x^2+x-0.5)}} = \sqrt[3]{5}$  的解.

12. 已知  $\omega = \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}$ , 求  $\omega^2 + \omega + 1$  的值.

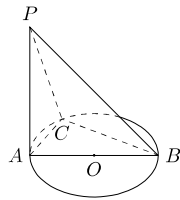
13. 在  $xOy$  平面上,  $\triangle ABC$  的三个顶点坐标依次为  $(0, 0)$ 、 $(1, 0)$ 、 $(0, 3)$ , 将这个三角形绕  $x$  轴旋转一周, 求所得到的几何体的体积.

14. 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n + 7}{5n^2 + 4}$ .

15. 求  $\left(2x^3 - \frac{1}{x^2}\right)^5$  展开式中的常数项.

16. 求与椭圆  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$  有公共焦点, 且离心率为  $\frac{\sqrt{5}}{2}$  的双曲线方程.

17. 如图,  $AB$  是圆  $O$  的直径,  $PA$  垂直于圆  $O$  所在的平面,  $C$  是圆周上不同于  $A$ 、 $B$  的任一点, 求证: 平面  $PAC$  垂直于平面  $PBC$ .



18. 求满足方程  $|z + 3 - \sqrt{3}i| = \sqrt{3}$  的辐角主值最小的复数  $z$ .

19. 已知抛物线  $y^2 = x + 1$ , 定点  $A(3, 1)$ ,  $B$  为抛物线上任意一点, 点  $P$  在线段  $AB$  上, 且有  $BP : PA = 1 : 2$ , 当点  $B$  在抛物线上变动时, 求点  $P$  的轨迹方程, 并指出这个轨迹为那种曲线.

20. 甲、乙、丙、丁四个公司承包 8 项工程, 甲公司承包 3 项, 乙公司承包 1 项, 丙、丁两个公司各承包 2 项, 问共有多少种承包方式.

21. 已知  $\sin A + \sin 3A + \sin 5A = a$ ,  $\cos A + \cos 3A + \cos 5A = b$ . 求证:

- (1) 当  $b \neq 0$  时,  $\tan 3A = \frac{a}{b}$ ;  
(2)  $(1 + 2 \cos 2A)^2 = a^2 + b^2$ .

22. 已知数列  $\{a_n\}$ , 其中  $a_1 = \frac{4}{3}$ ,  $a_2 = \frac{13}{9}$ , 且当  $n \geq 3$  时,  $a_n - a_{n-1} = \frac{1}{3}(a_{n-1} - a_{n-2})$ .  
(1) 求数列  $\{a_n\}$  的通项公式;  
(2) 求  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .