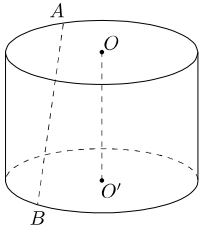


1989 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

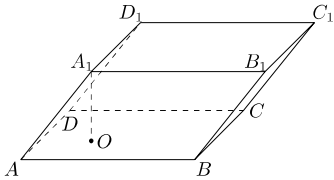
1. 如果  $I = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $M = \{a, c, d\}$ ,  $N = \{b, d, e\}$ , 其中  $I$  是全集, 那么  $\overline{M} \cap \overline{N}$  等于 ( )  
(A)  $\emptyset$  (B)  $\{d\}$  (C)  $\{a, c\}$  (D)  $\{b, e\}$
2. 与函数  $y = x$  有相同图象的一个函数是 ( )  
(A)  $y = \sqrt{x^2}$  (B)  $y = \frac{x^2}{x}$   
(C)  $y = a^{\log_a x}$ , 其中  $a > 0, a \neq 1$ . (D)  $y = \log_a a^x$ , 其中  $a > 0, a \neq 1$ .
3. 如果圆锥的底面半径为  $\sqrt{2}$ , 高为 2, 那么它的侧面积是 ( )  
(A)  $4\sqrt{3}\pi$  (B)  $2\sqrt{2}\pi$  (C)  $2\sqrt{3}\pi$  (D)  $4\sqrt{2}\pi$
4.  $\cos \left[ \arcsin \left( -\frac{4}{5} \right) - \arccos \left( -\frac{3}{5} \right) \right]$  的值等于 ( )  
(A)  $-1$  (B)  $-\frac{7}{25}$  (C)  $\frac{7}{25}$  (D)  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$
5. 已知  $\{a_n\}$  是等比数列, 如果  $a_1 + a_2 + a_3 = 18$ ,  $a_2 + a_3 + a_4 = -9$ , 且  $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ , 那么  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  的值等于 ( )  
(A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 48
6. 如果  $|\cos \theta| = \frac{1}{5}$ ,  $\frac{5}{2}\pi < \theta < 3\pi$ , 那么  $\sin \frac{\theta}{2}$  的值等于 ( )  
(A)  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$  (B)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$  (C)  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$  (D)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$
7. 设复数  $z$  满足关系式  $z + |z| = 2 + i$ , 那么  $z$  等于 ( )  
(A)  $-\frac{3}{4} + i$  (B)  $\frac{3}{4} - i$  (C)  $-\frac{3}{4} - i$  (D)  $\frac{3}{4} + i$
8. 已知球的两个平行截面的面积分别为  $5\pi$  和  $8\pi$ , 它们位于球心的同一侧, 且相距为 1, 那么这个球的半径是 ( )  
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 5
9. 已知椭圆的极坐标方程是  $\rho = \frac{5}{3 - 2\cos \theta}$ , 那么它的短轴长是 ( )  
(A)  $\frac{10}{3}$  (B)  $\sqrt{5}$  (C)  $2\sqrt{5}$  (D)  $2\sqrt{3}$
10. 如果双曲线  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$  上一点  $P$  到它的右焦点的距离是 8, 那么点  $P$  到它的右准线的距离是 ( )  
(A) 10 (B)  $\frac{32\sqrt{7}}{7}$  (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $\frac{32}{5}$
11. 已知  $f(x) = 8 + 2x - x^2$ , 如果  $g(x) = f(2 - x^2)$ , 那么  $g(x)$  ( )  
(A) 在区间  $(-1, 0)$  上是减函数 (B) 在区间  $(0, 1)$  上是减函数  
(C) 在区间  $(-2, 0)$  上是增函数 (D) 在区间  $(0, 2)$  上是增函数

12. 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 其中小于 50000 的偶数共有 ( )  
(A) 60 个 (B) 48 个 (C) 36 个 (D) 24 个
13. 方程  $\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{2}$  的解集是\_\_\_\_\_.
14. 不等式  $|x^2 - 3x| > 4$  的解集是\_\_\_\_\_.
15. 函数  $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  的反函数的定义域是\_\_\_\_\_.
16. 已知  $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_7x^7$ , 那么  $a_1 + a_2 + \cdots + a_7 =$ \_\_\_\_\_.
17. 已知  $A$  和  $B$  是两个命题, 如果  $A$  是  $B$  的充分条件, 那么  $B$  是  $A$  的\_\_\_\_\_条件;  $\overline{A}$  是  $\overline{B}$  的\_\_\_\_\_条件.
18. 如图, 已知圆柱的底面半径是 3, 高是 4,  $A, B$  两点分别在两底面的圆周上, 并且  $AB = 5$ , 那么直线  $AB$  与轴  $OO'$  之间的距离等于\_\_\_\_\_.



19. 证明:  $\tan \frac{3x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{2 \sin x}{\cos x + \cos 2x}$ .

20. 如图, 在平行六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $AB = 5$ ,  $AD = 4$ ,  $AA_1 = 3$ ,  $AB \perp AD$ ,  $\angle A_1AB = \angle A_1AD = \frac{\pi}{3}$ .  
(1) 求证: 顶点  $A_1$  在底面  $ABCD$  的射影  $O$  在  $\angle BAD$  的平分线上;  
(2) 求这个平行六面体的体积.

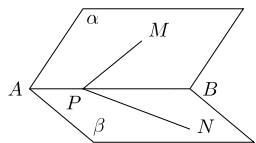


21. 自点  $A(-3, 3)$  发出的光线  $L$  射到  $x$  轴上, 被  $x$  轴反射, 其反射光线所在直线与圆  $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$  相切, 求光线  $L$  所在直线的方程.
22. 已知  $a > 0, a \neq 1$ , 试求使方程  $\log_a(x - ak) = \log_{a^2}(x^2 - a^2)$  有解的  $k$  的取值范围.
23. 是否存在常数  $a, b, c$  使得等式  $1 \cdot 2^2 + 2 \cdot 3^2 + \cdots + n(n+1)^2 = \frac{n(n+1)}{12}(an^2 + bn + c)$  对一切自然数  $n$  都成立? 并证明你的结论.
24. 设  $f(x)$  是定义在区间  $(-\infty, +\infty)$  上以 2 为周期的函数, 对  $k \in \mathbf{Z}$ , 用  $I_k$  表示区间  $(2k - 1, 2k + 1]$ , 已知当  $x \in I_0$  时,  $f(x) = x^2$ .  
(1) 求  $f(x)$  在  $I_k$  上的解析表达式;  
(2) 对自然数  $k$ , 求集合  $M_k = \{a \mid \text{使方程 } f(x) = ax \text{ 在 } I_k \text{ 上有两个不等的实根}\}$ .

# 1989 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

- 如果  $I = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $M = \{a, c, d\}$ ,  $N = \{b, d, e\}$ , 其中  $I$  是全集, 那么  $\overline{M} \cap \overline{N}$  等于 ( )  
(A)  $\emptyset$  (B)  $\{d\}$  (C)  $\{a, c\}$  (D)  $\{b, e\}$
- 与函数  $y = x$  有相同图象的一个函数是 ( )  
(A)  $y = \sqrt{x^2}$  (B)  $y = \frac{x^2}{x}$   
(C)  $y = a^{\log_a x}$ , 其中  $a > 0, a \neq 1$ . (D)  $y = \log_a a^x$ , 其中  $a > 0, a \neq 1$ .
- 如果圆锥的底面半径为  $\sqrt{2}$ , 高为 2, 那么它的侧面积是 ( )  
(A)  $4\sqrt{3}\pi$  (B)  $2\sqrt{2}\pi$  (C)  $2\sqrt{3}\pi$  (D)  $4\sqrt{2}\pi$
- 已知  $\{a_n\}$  是等比数列, 如果  $a_1 + a_2 = 12$ ,  $a_2 + a_3 = -6$ , 且  $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ , 那么  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  的值等于 ( )  
(A) 8 (B) 16 (C) 32 (D) 48
- 如果  $(1 - 2x)^7 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_7x^7$ , 那么  $a_1 + a_2 + \dots + a_7$  的值等于 ( )  
(A) -2 (B) -1 (C) 0 (D) 2
- 如果  $|\cos \theta| = \frac{1}{5}$ ,  $\frac{5}{2}\pi < \theta < 3\pi$ , 那么  $\sin \frac{\theta}{2}$  的值等于 ( )  
(A)  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$  (B)  $\frac{\sqrt{10}}{5}$  (C)  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$  (D)  $\frac{\sqrt{15}}{5}$
- 直线  $2x + 3y - 6 = 0$  关于点  $(1, -1)$  对称的直线是 ( )  
(A)  $3x - 2y + 2 = 0$  (B)  $2x + 3y + 7 = 0$   
(C)  $3x - 2y - 12 = 0$  (D)  $2x + 3y + 8 = 0$
- 已知球的两个平行截面的面积分别为  $5\pi$  和  $8\pi$ , 它们位于球心的同一侧, 且相距为 1, 那么这个球的半径是 ( )  
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 5
- 由数字 1, 2, 3, 4, 5 组成没有重复数字的五位数, 其中偶数共有 ( )  
(A) 60 个 (B) 48 个 (C) 36 个 (D) 24 个
- 如果双曲线  $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$  上一点  $P$  到它的右焦点的距离是 8, 那么点  $P$  到它的右准线的距离是 ( )  
(A) 10 (B)  $\frac{32\sqrt{7}}{7}$  (C)  $2\sqrt{7}$  (D)  $\frac{32}{5}$
- 如果  $|x| \leq \frac{\pi}{4}$ , 那么函数  $f(x) = \cos^2 x + \sin x$  最小值是 ( )  
(A)  $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$  (B)  $-\frac{1+\sqrt{2}}{2}$  (C) -1 (D)  $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$

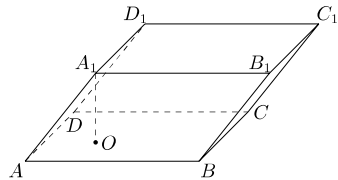
- 已知  $f(x) = 8 + 2x - x^2$ , 如果  $g(x) = f(2 - x^2)$ , 那么  $g(x)$  ( )  
(A) 在区间  $(-1, 0)$  上是减函数 (B) 在区间  $(0, 1)$  上是减函数  
(C) 在区间  $(-2, 0)$  上是增函数 (D) 在区间  $(0, 2)$  上是增函数
- 给定三点  $A(1, 0)$ ,  $B(-1, 0)$ ,  $C(1, 2)$ , 那么通过点  $A$  并且与直线  $BC$  垂直的直线方程是\_\_\_\_\_.
- 不等式  $|x^2 - 3x| > 4$  的解集是\_\_\_\_\_.
- 函数  $y = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$  的反函数的定义域是\_\_\_\_\_.
- 已知  $A$  和  $B$  是两个命题, 如果  $A$  是  $B$  的充分条件, 那么  $B$  是  $A$  的\_\_\_\_\_条件;  $\overline{A}$  是  $\overline{B}$  的\_\_\_\_\_条件.
- 已知  $0 < a < 1, 0 < b < 1, a^{\log_b(x-3)} < 1$ , 那么  $x$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- 如图,  $P$  是二面角  $\alpha - AB - \beta$  棱  $AB$  上的一点, 分别在  $\alpha, \beta$  上引射线  $PM, PN$ , 如果  $\angle BPM = \angle BPN = 45^\circ, \angle MPN = 60^\circ$ , 那么二面角  $\alpha - AB - \beta$  的大小是\_\_\_\_\_.



- 设复数  $z = (1 - \sqrt{3}i)^5$ , 求  $z$  的模和辐角的主值.

20. 证明:  $\tan \frac{3x}{2} - \tan \frac{x}{2} = \frac{2 \sin x}{\cos x + \cos 2x}$ .

- 如图, 在平行六面体  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中, 已知  $AB = 5, AD = 4, AA_1 = 3, AB \perp AD, \angle A_1AB = \angle A_1AD = \frac{\pi}{3}$ .  
(1) 求证: 顶点  $A_1$  在底面  $ABCD$  的射影  $O$  在  $\angle BAD$  的平分线上;  
(2) 求这个平行六面体的体积.



- 用数学归纳法证明:  $(1 \cdot 2^2 - 2 \cdot 3^2) + (3 \cdot 4^2 - 4 \cdot 5^2) + \dots + [(2n-1)(2n)^2 - 2n(2n+1)^2] = -n(n+1)(4n+3)$ .

- 已知  $a > 0, a \neq 1$ , 试求使方程  $\log_a(x - ak) = \log_{a^2}(x^2 - a^2)$  有解的  $k$  的取值范围.

- 给定椭圆方程  $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1 (a > b > 0)$ , 求与这个椭圆有公共焦点的双曲线, 使得以它们的交点为顶点的四边形面积最大, 并求相应的四边形的顶点坐标.