1993 普通高等学校招生考试 (新高考理)

1. 函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 的最小正周期是 ( )

(A) 2π (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) π (D) $\frac{\pi}{4}$

2. 如果双曲线的焦距为 6, 两条准线间的距离为 4, 那么该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) 2

3. 和直线 $3x-4y+5=0$ 关于 x 轴对称的直线的方程为 ( )

(A) $3x+4y-5=0$ (B) $3x+4y+5=0$

(C) $-3x+4y-5=0$ (D) $-3x+4y+5=0$

4. 极坐标方程 $\rho=\dfrac{4}{3-5\cos\theta}$ 所表示的曲线是 ( )

(A) 焦点到准线距离为 $\frac{4}{5}$ 的椭圆

(B) 焦点到准线距离为 $\frac{4}{5}$ 的双曲线右支

(C) 焦点到准线距离为 $\frac{4}{3}$ 的椭圆

(D) 焦点到准线距离为 $\frac{4}{3}$ 的双曲线右支

5. $y=x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1,1]$ 上是 ( )

(A) 增函数且是奇函数 (B) 增函数且是偶函数

(C) 减函数且是奇函数 (D) 减函数且是偶函数

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2-1}{2n^2-n+5}$ 的值为 ( )

(A) $-\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$

7. 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, 则 ( )

(A) $M=N$ (B) $M\supseteq N$ (C) $M\subseteq N$ (D) $M\cap N=\varnothing$

8. $\sin 20^\circ\cos 70^\circ+\sin 10^\circ\sin 50^\circ$ 的值是 ( )

(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

9. 参数方程 $\begin{cases}x=\left|\cos\frac{\theta}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\right|,\\ y=\frac{1}{2}(1+\sin\theta),\end{cases}$ $(0<\theta<2\pi)$ 表示 ( )

(A) 双曲线的一支, 这支过点 $\left(1\ \ \frac{1}{2}\right)$

(B) 抛物线的一部分, 这部分过 $\left(1\ \ \frac{1}{2}\right)$

(C) 双曲线的一支, 这支过点 $\left(-1\ \ \frac{1}{2}\right)$

(D) 抛物线的一部分, 这部分过 $\left(-1\ \ \frac{1}{2}\right)$

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )

(A) $a^2>b^2$ (B) $\frac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

11. 一动圆与两圆 $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心轨迹为 ( )

(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线的一支 (D) 抛物线

12. 圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )

(A) $\left(\frac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\frac{1}{9}\left(\frac{l}{2}\right)^3\pi$ (C) $\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $2\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$

13. $(\sqrt{x}+1)^4(x-1)^5$ 展开式中 x^4 的系数为 ( )

(A) -40 (B) 10 (C) 40 (D) 45

14. 直角梯形的一个内角为 45°, 下底长为上底长的 $\frac{3}{2}$, 这个梯形绕下底所在的直线旋转一周所成的旋转体的全面积为 $(5+\sqrt{2})\pi$, 则旋转体的体积为( )

(A) 2π (B) $\frac{4+\sqrt{2}}{3}\pi$ (C) $\frac{5+\sqrt{2}}{3}\pi$ (D) $\frac{7}{3}\pi$

15. 已知 $a_1, a_2, \cdots, a_8$ 为各项都大于零的等比数列, 公比 $q\neq 1$, 则 ( )

(A) $a_1+a_8>a_4+a_5$

(B) $a_1+a_8<a_4+a_5$

(C) $a_1+a_8=a_4+a_5$

(D) a_1+a_8 和 a_4+a_5 的大小关系不能由已知条件确定

16. 设有如下三个命题:

甲: 相交两直线 l, m 都在平面 α 内, 并且都不在平面 β 内.

乙: l, m 之中至少有一条与 β 相交.

丙: α 与 β 相交.

当甲成立时 ( )

(A) 乙是丙的充分而不必要的条件

(B) 乙是丙的必要而不充分的条件

(C) 乙是丙的充分且必要的条件

(D) 乙既不是丙的充分条件又不是丙的必要条件

17. 将数字 1, 2, 3, 4 填入标号为 1, 2, 3, 4 的四个方格里, 每格填一个数字, 则每个方格的标号与所填的数字均不相同的填法有 ( )

(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}+\arccos\frac{1}{3}\right)=$______.

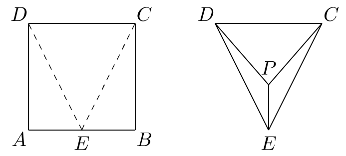
19. 若双曲线 $\frac{x^2}{9k^2}-\frac{y^2}{4k^2}=1$ 与圆 $x^2+y^2=1$ 没有公共点, 则实数 k 的取值范围为______.

20. 从 1, 2, $\cdots$, 10 这十个数中取出四个数, 使它们的和为奇数, 共有______种取法. (用数字作答)

21. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

22. 建造一个容积为 8 m^3, 深为 2 m 的长方体无盖水池. 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 如图, $ABCD$ 是正方形, E 是 AB 的中点, 如将 $\triangle DAE$ 和 $\triangle CBE$ 分别沿虚线 DE 和 CE 折起, 使 AE 与 BE 重合, 记 A 与 B 重合的点为 P, 则面 PCD 与面 ECD 所成的二面角为______度.



24. 已知 $f(x)=\log_a\frac{1+x}{1-x}$ $(a>0,\ a\neq 1)$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并予以证明;

(3) 求使 $f(x)>0$ 的 x 取值范围.

25. 已知数列 $\frac{8\cdot 1}{1^2\cdot 3^2}, \frac{8\cdot 2}{3^2\cdot 5^2}, \cdots, \frac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}, \cdots$. S_n 为其前 n 项和. 计算得 $S_1=\frac{8}{9}$, $S_2=\frac{24}{25}$, $S_3=\frac{48}{49}$, $S_4=\frac{80}{81}$.

观察上述结果, 推测出计算 S_n 的公式, 并用数学归纳法加以证明.

26. 已知: 平面 $\alpha\cap$ 平面 $\beta=$ 直线 a. α, β 同垂直于平面 γ, 又同平行于直线 b. 求证: (1) $a\perp\gamma$; (2) $b\perp\gamma$.

27. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan\angle PMN=\frac{1}{2}$, $\tan\angle MNP=-2$. 建立适当的坐标系, 求以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

28. 设复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ $(0<\theta<\pi)$, $\omega=\frac{1-(\bar{z})^4}{1+z^4}$, 并且 $|\omega|=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega<\frac{\pi}{2}$, 求 θ.

1993 普通高等学校招生考试 (新高考文)

1. 函数 $f(x)=\sin x+\cos x$ 的最小正周期是 ( )
(A) 2π (B) $2\sqrt{2}\pi$ (C) π (D) $\frac{\pi}{4}$

2. 如果双曲线的焦距为 6, 两条准线间的距离为 4, 那么该双曲线的离心率为 ( )
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (D) 2

3. 和直线 $3x-4y+5=0$ 关于 x 轴对称的直线的方程为 ( )
(A) $3x+4y-5=0$ (B) $3x+4y+5=0$
(C) $-3x+4y-5=0$ (D) $-3x+4y+5=0$

4. $\mathrm{i}^{2n-3}+\mathrm{i}^{2n-1}+\mathrm{i}^{2n+1}+\mathrm{i}^{2n+3}$ 的值为 ( )
(A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4

5. $y=x^{\frac{3}{5}}$ 在 $[-1,1]$ 上是 ( )
(A) 增函数且是奇函数 (B) 增函数且是偶函数
(C) 减函数且是奇函数 (D) 减函数且是偶函数

6. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2-1}{2n^2-n+5}$ 的值为 ( )
(A) $-\frac{1}{5}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{5}{2}$

7. 集合 $M=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{4},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, $N=\left\{x\,\middle|\,x=\frac{k\pi}{4}+\frac{\pi}{2},\ k\in\mathbf{Z}\right\}$, 则 ( )
(A) $M=N$ (B) $M\supseteq N$ (C) $M\subseteq N$ (D) $M\cap N=\varnothing$

8. $\sin 20^\circ\cos 70^\circ+\sin 10^\circ\sin 50^\circ$ 的值是 ( )
(A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

9. 圆 $x^2+y^2=1$ 上的点到直线 $3x+4y-25=0$ 的距离的最小值是 ( )
(A) 6 (B) 4 (C) 5 (D) 1

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )
(A) $a^2>b^2$ (B) $\frac{b}{a}<1$
(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

11. 一动圆与两圆 $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心轨迹为 ( )
(A) 圆 (B) 椭圆 (C) 双曲线的一支 (D) 抛物线

12. 圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )
(A) $\left(\frac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\frac{1}{9}\left(\frac{l}{2}\right)^3\pi$ (C) $\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $2\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$

13. $(\sqrt{x}+1)^4(x-1)^5$ 展开式中 x^4 的系数为 ( )
(A) -40 (B) 10 (C) 40 (D) 45

14. 直角梯形的一个内角为 45°, 下底长为上底长的 $\frac{3}{2}$, 这个梯形绕下底所在的直线旋转一周所成的旋转体的全面积为 $(5+\sqrt{2})\pi$, 则旋转体的体积为( )
(A) 2π (B) $\frac{4+\sqrt{2}}{3}\pi$ (C) $\frac{5+\sqrt{2}}{3}\pi$ (D) $\frac{7}{3}\pi$

15. 已知 $a_1, a_2, \cdots, a_8$ 为各项都大于零的等比数列, 公比 $q\neq 1$, 则 ( )
(A) $a_1+a_8>a_4+a_5$
(B) $a_1+a_8<a_4+a_5$
(C) $a_1+a_8=a_4+a_5$
(D) a_1+a_8 和 a_4+a_5 的大小关系不能由已知条件确定

16. 设有如下三个命题:
甲: 相交两直线 l, m 都在平面 α 内, 并且都不在平面 β 内.
乙: l, m 之中至少有一条与 β 相交.
丙: α 与 β 相交.
当甲成立时 ( )
(A) 乙是丙的充分而不必要的条件
(B) 乙是丙的必要而不充分的条件
(C) 乙是丙的充分且必要的条件
(D) 乙既不是丙的充分条件又不是丙的必要条件

17. 将数字 1, 2, 3, 4 填入标号为 1, 2, 3, 4 的四个方格里, 每格填一个数字, 则每个方格的标号与所填的数字均不相同的填法有 ( )
(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. $\sin\left(\arccos\frac{1}{2}+\arccos\frac{1}{3}\right)=$______.

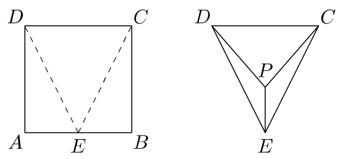
19. 设 $a>1$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1-a^{n+1}}{1+a^{n-1}}=$______.

20. 从 1, 2, $\cdots$, 10 这十个数中取出四个数, 使它们的和为奇数, 共有______种取法 (用数字作答).

21. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

22. 建造一个容积为 8 m^3, 深为 2 m 的长方体无盖水池. 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 如图, $ABCD$ 是正方形, E 是 AB 的中点, 如将 $\triangle DAE$ 和 $\triangle CBE$ 分别沿虚线 DE 和 CE 折起, 使 AE 与 BE 重合, 记 A 与 B 重合的点为 P, 则面 PCD 与面 ECD 所成的二面角为______度.



24. 求 $\tan 20^\circ+4\sin 20^\circ$ 的值.

25. 已知 $f(x)=\log_a\dfrac{1+x}{1-x}$ $(a>0,\ a\neq 1)$.
(1) 求 $f(x)$ 的定义域;
(2) 判断 $f(x)$ 的奇偶性并予以证明;
(3) 求使 $f(x)>0$ 的 x 取值范围.

26. 已知数列 $\dfrac{8\cdot 1}{1^2\cdot 3^2}, \dfrac{8\cdot 2}{3^2\cdot 5^2}, \cdots, \dfrac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}, \cdots$. S_n 为其前 n 项和. 计算得 $S_1=\frac{8}{9}$, $S_2=\frac{24}{25}$, $S_3=\frac{48}{49}$, $S_4=\frac{80}{81}$.
观察上述结果, 推测出计算 S_n 的公式, 并用数学归纳法加以证明.

27. 已知: 平面 $\alpha\cap$ 平面 $\beta=$ 直线 a. α, β 同垂直于平面 γ, 又同平行于直线 b. 求证: (1) $a\perp\gamma$; (2) $b\perp\gamma$.

28. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan\angle PMN=\frac{1}{2}$, $\tan\angle MNP=-2$. 建立适当的坐标系, 求以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

1993 普通高等学校招生考试 (旧高考理)

1. 如果双曲线的实半轴长为 2, 焦距为 6, 那么该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2

2. 函数 $y=\frac{1-\tan^2 2x}{1+\tan^2 2x}$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

3. 当圆锥的侧面积和底面积的比值是 $\sqrt{2}$ 时, 圆锥的轴截面顶角是 ( )

(A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

4. 当 $z=-\frac{1-\mathrm{i}}{\sqrt{2}}$ 时, $z^{100}+z^{50}+1$ 的值等于 ( )

(A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-\mathrm{i}$

5. 直线 $bx+ay=ab$ $(a<0,\ b<0)$ 的倾斜角是 ( )

(A) $\arctan\left(-\frac{b}{a}\right)$ (B) $\arctan\left(-\frac{a}{b}\right)$

(C) $\pi-\arctan\frac{b}{a}$ (D) $\pi-\arctan\frac{a}{b}$

6. 在直角三角形中两锐角为 A 和 B, 则 $\sin A\sin B$ ( )

(A) 有最大值 $\frac{1}{2}$ 和最小值 0 (B) 有最大值 $\frac{1}{2}$, 但无最小值

(C) 既无最大值, 也无最小值 (D) 有最大值 1, 但无最小值

7. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_5a_6=9$, 则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}$ 的值为 ( )

(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) $2+\log_3 5$

8. $F(x)=\left(1+\frac{2}{2^x-1}\right)f(x)$ $(x\neq 0)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒等于零, 则 $f(x)$ ( )

(A) 是奇函数 (B) 是偶函数

(C) 可能是奇函数也可能是偶函数 (D) 不是奇函数也不是偶函数

9. 曲线的参数方程为 $\begin{cases}x=3t^2+2,\\ y=t^2-1,\end{cases}$ $(0\leqslant t\leqslant 5)$, 则曲线是 ( )

(A) 线段 (B) 双曲线的一支 (C) 圆弧 (D) 射线

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )

(A) $a^2>b^2$ (B) $\frac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\frac{1}{2}\right)^a<\left(\frac{1}{2}\right)^b$

11. 已知集合 $E=\{\theta\mid\cos\theta<\sin\theta,\ 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$, $F=\{\theta\mid\tan\theta<\sin\theta\}$, 那么 $E\cap F$ 为区间 ( )

(A) $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ (B) $\left(\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}\right)$ (C) $\left(\pi,\frac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left(\frac{3\pi}{4},\frac{5\pi}{4}\right)$

12. 一动圆与两圆: $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心的轨迹为 ( )

(A) 抛物线 (B) 圆 (C) 双曲线的一支 (D) 椭圆

13. 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等, 则该棱锥一定不是 ( )

(A) 三棱锥 (B) 四棱锥 (C) 五棱锥 (D) 六棱锥

14. 如果圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )

(A) $\left(\frac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\left(\frac{l}{3}\right)^3\pi$ (C) $\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $\frac{1}{4}\left(\frac{l}{4}\right)^3\pi$

15. 由 $(\sqrt{3}x+\sqrt[3]{2})^{100}$ 展开所得的 x 的多项式中, 系数为有理数的共有 ( )

(A) 50 项 (B) 17 项 (C) 16 项 (D) 15 项

16. 设 a, b, c 都是正数, 且 $3a=4b=6c$, 那么 ( )

(A) $\frac{1}{c}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ (B) $\frac{2}{c}=\frac{2}{a}+\frac{1}{b}$ (C) $\frac{1}{c}=\frac{2}{a}+\frac{2}{b}$ (D) $\frac{2}{c}=\frac{1}{a}+\frac{2}{b}$

17. 同室四人各写一张贺年卡, 先集中起来, 然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡, 则四张贺年卡不同的分配方式有 ( )

(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. 已知异面直线 a 与 b 所成的角为 50°, P 为空间上一定点, 则过点 P 且与 a, b 所成的角都是 30° 的直线有且仅有 ( )

(A) 1 条 (B) 2 条 (C) 3 条 (D) 4 条

19. 抛物线 $y^2=4x$ 的弦 AB 垂直于 x 轴, 若 AB 的长为 $4\sqrt{3}$, 则焦点到 AB 的距离为______.

20. 在半径为 30 m 的圆形广场中央上空, 设置一个照明光源, 射向地面的光呈圆锥形, 且其轴截面顶角为 120°. 若要光源恰好照亮整个广场, 则其高度应为______m (精确到 0.1 m).

21. 在 50 件产品中有 4 件是次品, 从中任意抽出 5 件, 至少有 3 件是次品的抽法共______种 (用数字作答).

22. 建造一个容积为 8 m³, 深为 2 m 的长方体无盖水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

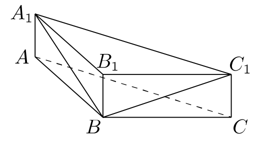
24. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d>0$, 首项 $a_1>0$, $S_n=\sum\limits_{i=1}^{n}\frac{1}{a_ia_{i+1}}$, 则 $\lim\limits_{n\to\infty}S_n=$______.

25. 解不等式: $2+\log_{\frac{1}{2}}(5-x)+\log_2\frac{1}{x}>0$.

26. 如图, $A_1B_1C_1-ABC$ 是直三棱柱, 过点 A_1、B、C_1 的平面和平面 ABC 的交线记作 l.

(1) 判定直线 A_1C_1 和 l 的位置关系, 并加以证明;

(2) 若 $A_1A=1$, $AB=4$, $BC=3$, $\angle ABC=90°$, 求顶点到直线 l 的距离.



27. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan M=\frac{1}{2}$, $\tan N=-2$, 建立适当的坐标系, 求出以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

28. 设复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ $(0<\theta<\pi)$, $\omega=\frac{1-(\overline{z})^4}{1+z^4}$, 已知 $|\omega|=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega=\frac{\pi}{2}$, 求 θ.

29. 已知关于 x 的实系数二次方程 $x^2+ax+b=0$ 有两个实数根 α, β. 证明:

(1) 如果 $|\alpha|<2$, $|\beta|<2$, 那么 $2|\alpha|<4+b$ 且 $|b|<4$;

(2) 如果 $2|\alpha|<4+b$ 且 $|b|<4$, 那么 $|\alpha|<2$, $|\beta|<2$.

1993 普通高等学校招生考试 (旧高考文)

1. 如果双曲线的实半轴长为 2, 焦距为 6, 那么该双曲线的离心率为 ( )

(A) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ (C) $\dfrac{3}{2}$ (D) 2

2. 函数 $y=\dfrac{1-\tan^2 2x}{1+\tan^2 2x}$ 的最小正周期是 ( )

(A) $\dfrac{\pi}{4}$ (B) $\dfrac{\pi}{2}$ (C) π (D) 2π

3. 当圆锥的侧面积和底面积的比值是 $\sqrt{2}$ 时, 圆锥的轴截面顶角是 ( )

(A) 45° (B) 60° (C) 90° (D) 120°

4. 当 $z=\dfrac{1+\mathrm{i}}{\sqrt{2}}$ 时, $z^{100}+z^{50}+1$ 的值等于 ( )

(A) 1 (B) -1 (C) i (D) $-\mathrm{i}$

5. 若正棱锥的底面边长与侧棱长相等, 则该棱锥一定不是 ( )

(A) 三棱锥 (B) 四棱锥 (C) 五棱锥 (D) 六棱锥

6. 在直角三角形中两锐角为 A 和 B, 则 $\sin A\sin B$ ( )

(A) 有最大值 $\dfrac{1}{2}$ 和最小值 0 (B) 有最大值 $\dfrac{1}{2}$, 但无最小值

(C) 既无最大值, 也无最小值 (D) 有最大值 1, 但无最小值

7. 在各项均为正数的等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_5a_6=9$, 则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}$ 的值为 ( )

(A) 12 (B) 10 (C) 8 (D) $2+\log_3 5$

8. $F(x)=\left(1+\dfrac{2}{2^x-1}\right)f(x)$ $(x\neq 0)$ 是偶函数, 且 $f(x)$ 不恒等于零, 则 $f(x)$ ( )

(A) 是奇函数 (B) 是偶函数

(C) 可能是奇函数也可能是偶函数 (D) 不是奇函数也不是偶函数

9. 设直线 $2x-y-\sqrt{3}=0$ 与 y 轴的交点为 P, 把圆 $(x+1)^2+y^2=25$ 的直径分为两段, 则其长度之比为 ( )

(A) $7:3$ 或 $3:7$ (B) $7:4$ 或 $4:7$ (C) $7:5$ 或 $5:7$ (D) $7:6$ 或 $6:7$

10. 若 a、b 是任意实数, 且 $a>b$, 则 ( )

(A) $a^2>b^2$ (B) $\dfrac{b}{a}<1$

(C) $\lg(a-b)>0$ (D) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^a<\left(\dfrac{1}{2}\right)^b$

11. 已知集合 $E=\{\theta\mid\cos\theta<\sin\theta,\ 0\leqslant\theta\leqslant 2\pi\}$, $F=\{\theta\mid\tan\theta<\sin\theta\}$, 那么 $E\cap F$ 为区间 ( )

(A) $\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$ (B) $\left(\dfrac{\pi}{4},\dfrac{3\pi}{4}\right)$ (C) $\left(\pi,\dfrac{3\pi}{2}\right)$ (D) $\left(\dfrac{3\pi}{4},\dfrac{5\pi}{4}\right)$

12. 一动圆与两圆: $x^2+y^2=1$ 和 $x^2+y^2-8x+12=0$ 都外切, 则动圆圆心的轨迹为 ( )

(A) 抛物线 (B) 圆 (C) 双曲线的一支 (D) 椭圆

13. 若直线 $ax+by+c=0$ 在第一、二、三象限, 则 ( )

(A) $ab>0$, $bc>0$ (B) $ab>0$, $bc<0$

(C) $ab<0$, $bc>0$ (D) $ab<0$, $bc<0$

14. 如果圆柱轴截面的周长 l 为定值, 那么圆柱体积的最大值是 ( )

(A) $\left(\dfrac{l}{6}\right)^3\pi$ (B) $\left(\dfrac{l}{3}\right)^3\pi$ (C) $\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$ (D) $\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{l}{4}\right)^3\pi$

15. 由 $(\sqrt{3}x+\sqrt[3]{2})^{100}$ 展开所得的 x 的多项式中, 系数为有理数的共有 ( )

(A) 50 项 (B) 17 项 (C) 16 项 (D) 15 项

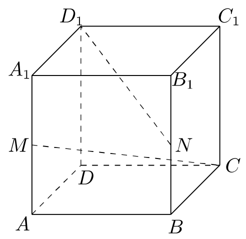
16. 设 a, b, c 都是正数, 且 $3a=4b=6c$, 那么 ( )

(A) $\dfrac{1}{c}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}$ (B) $\dfrac{2}{c}=\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b}$ (C) $\dfrac{1}{c}=\dfrac{2}{a}+\dfrac{2}{b}$ (D) $\dfrac{2}{c}=\dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}$

17. 同室四人各写一张贺年卡, 先集中起来, 然后每人从中拿一张别人送出的贺年卡, 则四张贺年卡不同的分配方式有 ( )

(A) 6 种 (B) 9 种 (C) 11 种 (D) 23 种

18. 在正方体 $A_1B_1C_1D_1-ABCD$ 中, M、N 分别为 A_1A 和 B_1B 的中点 (如图). 若 θ 为直线 CM 与 D_1N 所成的角, 则 $\sin\theta$ 的值为 ( )



(A) $\dfrac{1}{9}$ (B) $\dfrac{2}{3}$ (C) $\dfrac{2\sqrt{5}}{9}$ (D) $\dfrac{4\sqrt{5}}{9}$

19. 抛物线 $y^2=4x$ 的弦 AB 垂直于 x 轴, 若 AB 的长为 $4\sqrt{3}$, 则焦点到 AB 的距离为______.

20. 在半径为 30 m 的圆形广场中央上空, 设置一个照明光源, 射向地面的光呈圆锥形, 且其轴截面顶角为 120°. 若要光源恰好照亮整个广场, 则其高度应为______m (精确到 0.1 m).

21. 在 50 件产品中有 4 件是次品, 从中任意抽出 5 件, 至少有 3 件是次品的抽法共______种 (用数字作答).

22. 建造一个容积为 8 m^3, 深为 2 m 的长方体无盖水池, 如果池底和池壁的造价每平方米分别为 120 元和 80 元, 那么水池的最低总造价为______元.

23. 设 $f(x)=4^x-2^{x+1}$, 则 $f^{-1}(0)=$______.

24. 设 $a>1$, 则 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1-a^{n+1}}{1+a^{n+1}}=$______.

25. 解方程: $\lg(x^2+4x-26)-\lg(x-3)=1$.

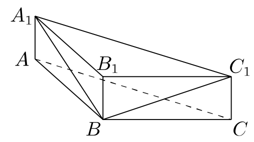
26. 已知数列 $\dfrac{8\cdot 1}{1^2\cdot 3^2}$, $\dfrac{8\cdot 2}{3^2\cdot 5^2}$, $\cdots$, $\dfrac{8n}{(2n-1)^2(2n+1)^2}$, $\cdots$. S_n 为其前 n 项和. 计算得 $S_1=\dfrac{8}{9}$, $S_2=\dfrac{24}{25}$, $S_3=\dfrac{48}{49}$, $S_4=\dfrac{80}{81}$.

观察上述结果, 推测出计算 S_n 的公式, 并用数学归纳法加以证明.

27. 如图, $A_1B_1C_1-ABC$ 是直三棱柱, 过点 A_1、B、C_1 的平面和平面 ABC 的交线记作 l.

(1) 判定直线 A_1C_1 和 l 的位置关系, 并加以证明;

(2) 若 $A_1A=1$, $AB=4$, $BC=3$, $\angle ABC=90^\circ$, 求顶点到直线 l 的距离.



28. 在面积为 1 的 $\triangle PMN$ 中, $\tan M=\dfrac{1}{2}$, $\tan N=-2$, 建立适当的坐标系, 求出以 M, N 为焦点且过点 P 的椭圆方程.

29. 设复数 $z=\cos\theta+\mathrm{i}\sin\theta$ $(0<\theta<\pi)$, $\omega=\dfrac{1-(\overline{z})^4}{1+z^4}$, 已知 $|\omega|=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega=\dfrac{\pi}{2}$, 求 θ.