

## 2023 年新高考 1 卷

一、选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分.每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的.请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.

1. 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x | x^2 - x - 6 \geq 0\}$ , 则  $M \cap N = ( \quad )$

A.  $\{-2, -1, 0, 1\}$     B.  $\{0, 1, 2\}$     C.  $\{-2\}$     D.  $\{2\}$

2. 已知  $z = \frac{1-i}{2+2i}$ , 则  $z - \bar{z} = ( \quad )$

A.  $-i$     B.  $i$     C.  $0$     D.  $1$

3. 已知向量  $\mathbf{a} = (1, 1)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1)$ . 若  $(\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b}) \perp (\mathbf{a} + \mu\mathbf{b})$ , 则

A.  $\lambda + \mu = 1$     B.  $\lambda + \mu = -1$     C.  $\lambda\mu = 1$     D.  $\lambda\mu = -1$

4. 设函数  $f(x) = 2^{x(x-a)}$  在区间  $(0, 1)$  单调递减, 则  $a$  的取值范围是  $( \quad )$

A.  $(-\infty, -2]$     B.  $[-2, 0)$     C.  $(0, 2]$     D.  $[2, +\infty)$

5. 设椭圆  $C_1: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$ ,  $C_2: \frac{x^2}{4} + y^2 = 1$  的离心率分别为  $e_1, e_2$ .

若  $e_2 = \sqrt{3}e_1$ , 则  $a = ( \quad )$

A.  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$     B.  $\sqrt{2}$     C.  $\sqrt{3}$     D.  $\sqrt{6}$

6. 过  $(0, -2)$  与圆  $x^2 + y^2 - 4x - 1 = 0$  相切的两条直线的夹角为  $\alpha$ , 则

$\sin \alpha = ( \quad )$

A.  $1$     B.  $\frac{\sqrt{15}}{4}$     C.  $\frac{\sqrt{10}}{4}$     D.  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

7. 记  $S_n$  为数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 设甲:  $\{a_n\}$  为等差数列; 乙:  $\{\frac{S_n}{n}\}$  为等差数列,

则  $( \quad )$

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件



C.甲是乙的充要条件

D.甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

8.已知  $\sin(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ ,  $\cos\alpha\sin\beta = \frac{1}{6}$ , 则  $\cos(2\alpha + 2\beta) = ( \quad )$

A.  $\frac{7}{9}$       B.  $\frac{1}{9}$       C.  $-\frac{1}{9}$       D.  $-\frac{7}{9}$

二、选择题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共计 20 分.每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求。全部选对得 5 分，选对但不全得 2 分，有选错的得 0 分。

9.有一组样本数据  $x_1, x_2, \dots, x_6$ , 其中  $x_1$  是最小值,  $x_6$  是最大值, 则

A.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的平均数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的平均数

B.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的中位数等于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的中位数

C.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的标准差不小于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的标准差

D.  $x_2, x_3, x_4, x_5$  的极差不大于  $x_1, x_2, \dots, x_6$  的极差

10.噪声污染问题越来越受到重视.用声压级来度量声音的强弱，定义声

压级  $L_p = 20 \times \lg \frac{p}{p_0}$ , 其中常数  $p_0$  ( $p_0 > 0$ ) 是听觉下限阈值,  $p$  是实际声

压.下表为不同声源的声压级：

声源	与声源的距离/m	声压级/dB
燃油汽车	10	60~90
混合动力汽车	10	50~60
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车，混合动力汽车，电动汽车 10m 处测得实际声压分别为  $p_1, p_2, p_3$ , 则( )

A.  $p_1 \geq p_2$     B.  $p_2 > 10p_3$     C.  $p_3 = 100p_0$     D.  $p_1 \leq 100p_2$



11. 已知函数  $f(x)$  的定义域为  $R$ ,  $f(xy) = y^2 f(x) + x^2 f(y)$ , 则( )

A.  $f(0) = 0$

B.  $f(1) = 0$

C.  $f(x)$  是偶函数

D.  $x = 0$  为  $f(x)$  的极小值点

12. 下列物体中, 能被整体放入棱长为1(单位:  $m$ )的正方体容器(容器壁厚度忽略不计)内的有( )

A. 直径为  $0.99m$  的球体

B. 所有棱长均为  $1.4m$  的四面体

C. 底面直径为  $0.01m$ , 高为  $1.8m$  的圆柱体

D. 底面直径为  $1.2m$ , 高为  $0.01m$  的圆柱体

三、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共计 20 分.

13. 某学校开设了 4 门体育类选修课和 4 门艺术类选修课, 学生需从这 8 门课中选修 2 门或 3 门课, 并且每类选修课至少选修 1 门, 则不同的选课方案共有\_\_\_\_\_种(用数字作答).

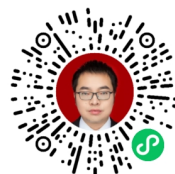
14. 在正四棱台  $ABCD - A_1B_1C_1D_1$  中,  $AB = 2, A_1B_1 = 1, AA_1 = \sqrt{2}$ , 则该棱台的体积为\_\_\_\_\_

15. 已知函数  $f(x) = \cos \omega x - 1$  ( $\omega > 0$ ) 在区间  $[0, 2\pi]$  有且仅有 3 个零点, 则  $\omega$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

16. 已知双曲线  $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > 0, b > 0$ ) 的左、右焦点分别为  $F_1, F_2$ .

点  $A$  在  $C$  上, 点  $B$  在  $y$  轴上,  $\overrightarrow{F_1A} \perp \overrightarrow{F_1B}, \overrightarrow{F_2A} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{F_2B}$ , 则  $C$  的离心率为

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。



17.(10 分)已知在 $\triangle ABC$ 中, $A + B = 3C$ ,  $2\sin(A - C) = \sin B$ .

(1)求 $\sin A$ ;

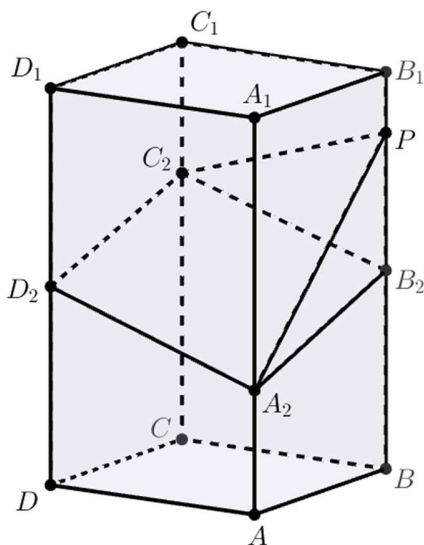
(2)设 $AB = 5$ ,求 $AB$ 边上的高.

18.(12 分)如图, 在正四棱柱 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2$ ,  $AA_1 = 4$ .

点  $A_2, B_2, C_2, D_2$  分别在棱  $AA_1, BB_1, CC_1, DD_1$  上,  $AA_2 = 1, BB_2 = DD_2 = 2, CC_2 = 3$ .

(1)证明:  $B_2C_2 \parallel A_2D_2$ ;

(2)点  $P$  在棱  $BB_1$  上,当二面角  $P - A_2C_2 - D_2$  为  $150^\circ$  时,求  $B_2P$ .



19.(12 分)已知函数  $f(x) = a(e^x + a) - x$ .

(1)讨论  $f(x)$  的单调性;

(2)证明:当  $a > 0$  时,求证:  $f(x) > 2\ln a + \frac{3}{2}$ .



20.(12分) 设等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 $d$ , 且 $d > 1$ . 令 $b_n = \frac{n^2+n}{a_n}$ , 记 $S_n, T_n$

分别为数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的前 $n$ 项和.

(1) 若 $3a_2 = 3a_1 + a_3, S_3 + T_3 = 21$ , 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 若 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且 $S_{99} - T_{99} = 99$ , 求 $d$ .

21.(12分) 甲乙两人投篮, 每次由其中一人投篮, 规则如下: 若命中则此人继续投篮, 若未命中则换为对方投篮. 无论之前投篮情况如何, 甲每次投篮的命中率均为0.6, 乙每次投篮的命中率均为0.8, 由抽签决定第一次投篮的人选, 第一次投篮的人是甲, 乙的概率各为0.5.

(1) 求第2次投篮的人是乙的概率;

(2) 求第 $i$ 次投篮的人是甲的概率;

(3) 已知: 若随机变量 $X_i$ 服从两点分布, 且 $P(X_i = 1) = 1 - P(X_i = 0) = q_i, i = 1, 2, \dots, n$ , 则 $E(\sum_{i=1}^n X_i) = \sum_{i=1}^n q_i$ . 记前 $n$ 次(即从第1次到第 $n$ 次投篮)中甲投篮的次数为 $Y$ , 求 $E(Y)$ .

22.(12分) 在直角坐标系 $xOy$ 中, 点 $P$ 到 $x$ 轴的距离等于点 $P$ 到点 $(0, \frac{1}{2})$ 的距离, 记动点 $P$ 的轨迹为 $W$ .

(1) 求 $W$ 的方程;

(2) 已知矩形 $ABCD$ 有三个顶点在 $W$ 上, 证明: 矩形 $ABCD$ 的周长大于 $3\sqrt{3}$ .

