

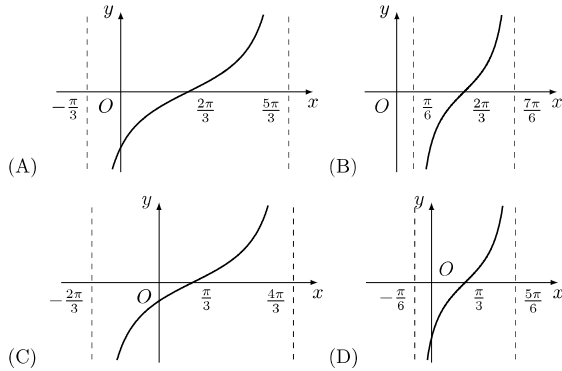
1997 普通高等学校招生考试 (全国卷理)

1. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N =$ ()

- (A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 2\}$
(C) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$

2. 如果直线 $ax + 2y + 2 = 0$ 与直线 $3x - y - 2 = 0$ 平行, 那么系数 $a =$ ()
(A) -3 (B) -6 (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

3. 函数 $y = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图象是 ()



4. 已知三棱锥 $D - ABC$ 的三个侧面与底面全等, 且 $AB = AC = \sqrt{3}$, $BC = 2$, 则以 BC 为棱, 以面 BCD 与面 BCA 为面的二面角的大小是 ()

- (A) $\arccos \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\arccos \frac{1}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

5. 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \cos 2x$ 的最小正周期是 ()
(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π

6. 满足 $\arccos(1 - x) \geq \arccos x$ 的 x 的取值范围是 ()
(A) $\left[-1, -\frac{1}{2}\right]$ (B) $\left[-\frac{1}{2}, 0\right]$ (C) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (D) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

7. 将 $y = 2^x$ 的图象_____, 再作关于直线 $y = x$ 对称的图象, 可得到函数 $y = \log_2(x + 1)$ 的图象. ()

- (A) 先向左平行移动 1 个单位 (B) 先向右平行移动 1 个单位
(C) 先向上平行移动 1 个单位 (D) 先向下平行移动 1 个单位

8. 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3, 4, 5, 且它的八个顶点都在同一个球面上, 这个球的表面积是 ()

- (A) $20\sqrt{2}\pi$ (B) $25\sqrt{2}\pi$ (C) 50π (D) 200π

9. 曲线的参数方程是 $\begin{cases} x = 1 - \frac{1}{t}, \\ y = 1 - t^2, \end{cases}$ (t 是参数, $t \neq 0$), 它的普通方程是 ()

- (A) $(x - 1)^2(y - 1) = 1$ (B) $y = \frac{x(x - 2)}{(1 - x)^2}$
(C) $y = \frac{1}{(1 - x)^2} - 1$ (D) $y = \frac{x}{1 - x^2} + 1$

10. 函数 $y = \cos^2 x - 3 \cos x + 2$ 的最小值为 ()
(A) 2 (B) 0 (C) $-\frac{1}{4}$ (D) 6

11. 椭圆 C 与椭圆 $\frac{(x - 3)^2}{9} + \frac{(y - 2)^2}{4} = 1$ 关于直线 $x + y = 0$ 对称, 椭圆 C 的方程是 ()

- (A) $\frac{(x + 2)^2}{4} + \frac{(y + 3)^2}{9} = 1$ (B) $\frac{(x - 2)^2}{9} + \frac{(y - 3)^2}{4} = 1$
(C) $\frac{(x + 2)^2}{9} + \frac{(y + 3)^2}{4} = 1$ (D) $\frac{(x - 2)^2}{4} + \frac{(y - 3)^2}{9} = 1$

12. 圆台上、下底面积分别为 π 、 4π , 侧面积为 6π , 这个圆台的体积是 ()
(A) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ (B) $2\sqrt{3}\pi$ (C) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{6}$ (D) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$

13. 定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数 $f(x)$ 为增函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:
① $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$; ② $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$;
③ $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$; ④ $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$.
其中成立的是 ()

- (A) ①与④ (B) ②与③ (C) ①与③ (D) ②与④

14. 不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ \frac{3 - x}{3 + x} > \left| \frac{2 - x}{2 + x} \right| \end{cases}$ 的解集是 ()

- (A) $\{x | 0 < x < 2\}$ (B) $\{x | 0 < x < 2.5\}$
(C) $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$ (D) $\{x | 0 < x < 3\}$

15. 四面体的顶点和各棱中点共 10 个点, 在其中取 4 个不共面的点, 不同的取法共有 ()
(A) 150 种 (B) 147 种 (C) 144 种 (D) 141 种

16. 已知 $\left(\frac{a}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\frac{9}{4}$, 常数 a 的值为_____.

17. 已知直线的极坐标方程为 $\rho \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则极点点到该直线的距离是_____.

18. $\frac{\sin 7^\circ + \cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 15^\circ \sin 8^\circ}$ 的值为_____.

19. 已知 m, l 是直线, α, β 是平面, 给出下列命题:

- ① 若 l 垂直于 α 内的两条相交直线, 则 $l \perp \alpha$;
② 若 l 平行于 α , 则 l 平行于 α 内的所有直线;
③ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$;
④ 若 $l \subset \beta$, 且 $l \perp \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$;

⑤ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$.

其中正确的命题的序号是_____. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

20. 已知复数 $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$, $\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. 复数 $\bar{z}\omega, z^2\omega^3$ 在复数平面上所对应的点分别为 P, Q . 证明 $\triangle OPQ$ 是等腰直角三角形 (其中 O 为原点).

21. 已知数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 都是由正数组成的等比数列, 公比分别为 p, q , 其中 $p > q$, 且 $p \neq 1, q \neq 1$. 设 $c_n = a_n + b_n, S_n$ 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{S_{n-1}}$.

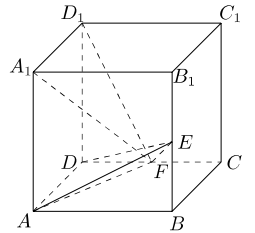
22. 甲、乙两地相距 S 千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过 c 千米/时. 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v (千米/时) 的平方成正比, 比例系数为 b ; 固定部分为 a 元.

(1) 把全程运输成本 y (元) 表示为速度 v (千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域;

(2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?

23. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 BB_1, CD 的中点.

- (1) 证明: $AD \perp D_1F$;
(2) 求 AE 与 D_1F 所成的角;
(3) 证明: 面 AED 面 A_1FD_1 ;
(4) 设 $AA_1 = 2$, 求三棱锥 $F - A_1ED_1$ 的体积.

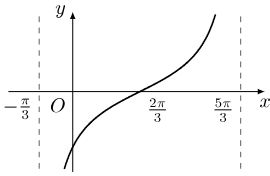
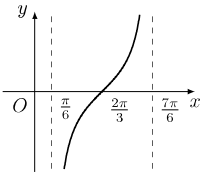
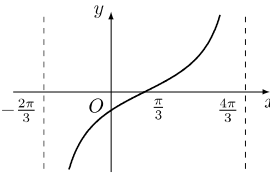
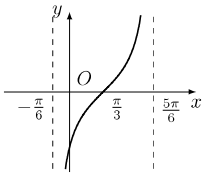


24. 设二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$), 方程 $f(x) - x = 0$ 的两个根 x_1, x_2 满足 $0 < x_1 < x_2 < \frac{1}{a}$.

- (1) 当 $x \in (0, x_1)$ 时, 证明 $x < f(x) < x_1$;
(2) 设函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = x_0$ 对称, 证明 $x_0 < \frac{x_1}{2}$.

25. 设圆满足: ① 截 y 轴所得弦长为 2; ② 被 x 轴分成两段圆弧, 其弧长的比为 3:1, 在满足条件①、②的所有圆中, 求圆心到直线 $l: x - 2y = 0$ 的距离最小的圆的方程.

1997 普通高等学校招生考试 (全国卷文)

1. 设集合 $M = \{x | 0 \leq x < 2\}$, 集合 $N = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, 集合 $M \cap N =$ ()
- (A) $\{x | 0 \leq x < 1\}$ (B) $\{x | 0 \leq x < 2\}$
(C) $\{x | 0 \leq x \leq 1\}$ (D) $\{x | 0 \leq x \leq 2\}$
2. 如果直线 $ax + 2y + 2 = 0$ 与直线 $3x - y - 2 = 0$ 平行, 那么系数 $a =$ ()
- (A) -3 (B) -6 (C) $-\frac{3}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$
3. 函数 $y = \tan\left(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{3}\right)$ 在一个周期内的图象是 ()
- (A)  (B) 
- (C)  (D) 
4. 已知三棱锥 $D - ABC$ 的三个侧面与底面全等, 且 $AB = AC = \sqrt{3}$, $BC = 2$, 则以 BC 为棱, 以面 BCD 与面 BCA 为面的二面角的大小是 ()
- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$
5. 函数 $y = \sin\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right) + \sin 2x$ 的最小正周期是 ()
- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) π (C) 2π (D) 4π
6. 满足 $\tan \alpha \geq \cot \alpha$ 的 α 的一个取值区间是 ()
- (A) $\left(0, \frac{\pi}{4}\right]$ (B) $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ (C) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$ (D) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right]$
7. 设函数 $y = f(x)$ 定义在实数集上, 则函数 $y = f(x-1)$ 与 $y = f(1-x)$ 的图象关于 ()
- (A) 直线 $y = 0$ 对称 (B) 直线 $x = 0$ 对称
(C) 直线 $y = 1$ 对称 (D) 直线 $x = 1$ 对称
8. 长方体一个顶点上三条棱的长分别是 3, 4, 5, 且它的八个顶点都在同一个球面上, 这个球的表面积是 ()
- (A) $20\sqrt{2}\pi$ (B) $25\sqrt{2}\pi$ (C) 50π (D) 200π

9. 如果直线 l 将圆 $x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$ 平分, 且不通过第四象限, 那么 l 的斜率的取值范围是 ()
- (A) $[0, 2]$ (B) $[0, 1]$ (C) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (D) $\left[0, \frac{1}{2}\right)$
10. 函数 $y = \cos^2 x - 3 \cos x + 2$ 的最小值为 ()
- (A) 2 (B) 0 (C) $-\frac{1}{4}$ (D) 6
11. 椭圆 C 与椭圆 $\frac{(x-3)^2}{9} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$ 关于直线 $x + y = 0$ 对称, 椭圆 C 的方程是 ()
- (A) $\frac{(x+2)^2}{4} + \frac{(y+3)^2}{9} = 1$ (B) $\frac{(x-2)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{4} = 1$
(C) $\frac{(x+2)^2}{9} + \frac{(y+3)^2}{4} = 1$ (D) $\frac{(x-2)^2}{4} + \frac{(y-3)^2}{9} = 1$
12. 圆台上、下底面积分别为 π 、 4π , 侧面积为 6π , 这个圆台的体积是 ()
- (A) $\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}$ (B) $2\sqrt{3}\pi$ (C) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{6}$ (D) $\frac{7\sqrt{3}\pi}{3}$
13. 定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 的奇函数 $f(x)$ 为增函数, 偶函数 $g(x)$ 在区间 $[0, +\infty)$ 的图象与 $f(x)$ 的图象重合, 设 $a > b > 0$, 给出下列不等式:
① $f(b) - f(-a) > g(a) - g(-b)$; ② $f(b) - f(-a) < g(a) - g(-b)$;
③ $f(a) - f(-b) > g(b) - g(-a)$; ④ $f(a) - f(-b) < g(b) - g(-a)$.
其中成立的是 ()
- (A) ①与④ (B) ②与③ (C) ①与③ (D) ②与④
14. 不等式组 $\begin{cases} x > 0, \\ \frac{3-x}{3+x} > \left|\frac{2-x}{2+x}\right| \end{cases}$ 的解集是 ()
- (A) $\{x | 0 < x < 2\}$ (B) $\{x | 0 < x < 2.5\}$
(C) $\{x | 0 < x < \sqrt{6}\}$ (D) $\{x | 0 < x < 3\}$
15. 四面体的一个顶点为 A , 从其他顶点与棱的中点中取 3 个点, 使它们和点 A 在同一平面上, 不同的取法共有 ()
- (A) 30 种 (B) 33 种 (C) 36 种 (D) 39 种
16. 已知 $\left(\frac{a}{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right)^9$ 的展开式中 x^3 的系数为 $\frac{9}{4}$, 常数 a 的值为_____.
17. 已知直线 $x - y = 2$ 与抛物线 $y^2 = 4x$ 交于 A, B 两点, 那么线段 AB 的中点坐标是_____.
18. $\frac{\sin 7^\circ + \cos 15^\circ \sin 8^\circ}{\cos 7^\circ - \sin 15^\circ \sin 8^\circ}$ 的值为_____.
19. 已知 m, l 是直线, α, β 是平面, 给出下列命题:
① 若 l 垂直于 α 内的两条相交直线, 则 $l \perp \alpha$;
② 若 l 平行于 α , 则 l 平行于 α 内的所有直线;
③ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $l \perp m$, 则 $\alpha \perp \beta$;
④ 若 $l \subset \beta$, 且 $l \perp \alpha$, 则 $\alpha \perp \beta$;
⑤ 若 $m \subset \alpha, l \subset \beta$, 且 $\alpha \parallel \beta$, 则 $m \parallel l$.
其中正确的命题的序号是_____. (注: 把你认为正确的命题的序号都填上)

20. 已知复数 $z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $\omega = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$. 求复数 $z\omega + z\omega^3$ 的模及辐角主值.
21. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项的和. 已知 $\frac{S_3}{3}$ 与 $\frac{S_4}{4}$ 的等比中项为 $\frac{S_1}{5}$, $\frac{S_3}{3}$ 与 $\frac{S_4}{4}$ 的等差中项为 1. 求等差数列 $\{a_n\}$ 的通项 a_n .
22. 甲、乙两地相距 S 千米, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不得超过 c 千米/时. 已知汽车每小时的运输成本 (以元为单位) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v (千米/时) 的平方成正比, 比例系数为 b ; 固定部分为 a 元.
(1) 把全程运输成本 y (元) 表示为速度 v (千米/时) 的函数, 并指出这个函数的定义域;
(2) 为了使全程运输成本最小, 汽车应以多大速度行驶?
23. 如图, 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F 分别是 BB_1, CD 的中点.
- (1) 证明: $AD \perp D_1F$;
(2) 求 AE 与 D_1F 所成的角;
(3) 证明: 面 AED 面 A_1FD_1 ;
(4) 设 $AA_1 = 2$, 求三棱锥 $F - A_1ED_1$ 的体积.
24. 已知过原点 O 的一条直线与函数 $y = \log_8 x$ 的图象交于 A, B 两点, 分别过点 A, B 作 y 轴的平行线与函数的 $y = \log_2 x$ 的图象交于 C, D 两点.
(1) 证明: 点 C, D 和原点 O 在同一条直线上;
(2) 当 BC 平行于 x 轴时, 求点 A 的坐标.
25. 设圆满足: ① 截 y 轴所得弦长为 2; ② 被 x 轴分成两段圆弧, 其弧长的比为 $3:1$; ③ 圆心到直线 $l: x - 2y = 0$ 的距离为 $\frac{\sqrt{5}}{5}$. 求该圆的方程.

