

## 2021 年新高考 2 卷

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.在复平面内，复数  $\frac{2-i}{1-3i}$  对应的点位于( )

- A.第一象限                  B.第二象限  
C.第三象限                  D.第四象限

2.若全集  $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ ,集合  $A=\{1,3,6\}$ , $B=\{2,3,4\}$ ,则  $A \cap C_U B = ( )$

- A. $\{3\}$                   B. $\{1, 6\}$                   C. $\{5,6\}$                   D. $\{1, 3\}$

3.若抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  的焦点到直线  $y = x + 1$  的距离为  $\sqrt{2}$ ,则  $p = ( )$

- A.1                  B.2                  C. $2\sqrt{2}$                   D.4

4.北斗三号全球卫星导航系统是我国航天事业的重要成果.卫星导航系统中，地球静止同步轨道卫星的轨道位于地球赤道所在平面，轨道高度约为  $36000km$  (轨道高度指卫星到地球表面的最短距离).把地球看成一个球心为  $O$ ，半径  $r$  为  $6400km$  的球，其上点  $A$  的纬度是指  $OA$  与赤道所在平面所成角的度数.地球表面上能直接观测到一颗地球静止同步轨道卫星的点的纬度的最大值记为  $\alpha$ ，该卫星信号覆盖的地球表面的面积  $S = 2\pi r^2 (1 - \cos \alpha)$  (单位:  $km^2$ ), 则  $S$  占地球表面积的百分比约为 ( )



- A. 26%                  B. 34%                  C. 42%                  D. 50%



5.已知正四棱台的上、下底面边长分别为2, 4, 侧棱长为2, 则其体积为( )

- A. 56      B.  $28\sqrt{2}$       C.  $\frac{56}{3}$       D.  $\frac{28\sqrt{2}}{3}$

6.某物理量的测量结果服从正态分布 $N(10, \sigma^2)$ , 则下列结论中不正确的是( )

- A.  $\sigma$ 越小, 该物理量一次测量结果落在 $(9.9, 10.1)$ 内的概率越大  
B. 该物理量一次测量结果大于10的概率是0.5  
C. 该物理量一次测量结果大于10.01的概率与小于9.99的概率相等  
D. 该物理量一次测量结果落在 $(9.9, 10.2)$ 内的概率与落在 $(10, 10.3)$ 内的概率相等

7.设  $a = \log_5 2, b = \log_8 3, c = \frac{1}{2}$ , 则( )

- A.  $c < b < a$       B.  $b < c < a$       C.  $a < c < b$       D.  $a < b < c$

8.设函数 $f(x)$ 的定义域为 $R$ , 且 $f(x+2)$ 为偶函数,  $f(2x+1)$ 为奇函数, 则( )

- A.  $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$       B.  $f(-1) = 0$       C.  $f(2) = 0$       D.  $f(4) = 0$

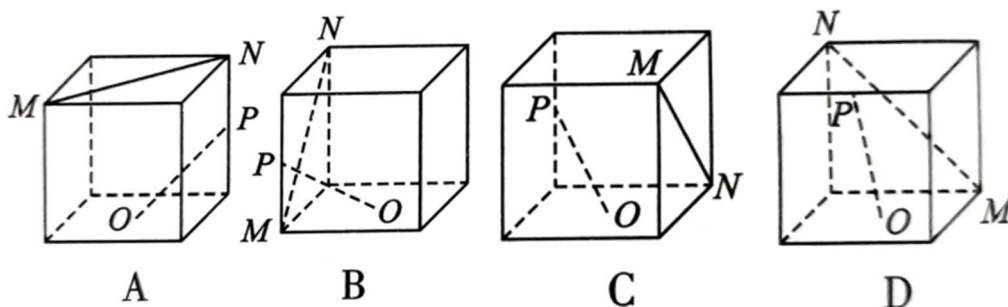
二、选择题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得 5 分, 部分选对的得 2 分, 有选错的得 0 分.

9.下列统计量中可用于度量样本:  $x_1, x_2, \dots, x_n$  离散程度的有( )

- A.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的标准差      B.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的中位数  
C.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的极差      D.  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的平均数



10.如图，下列各正方体中， $O$ 为下底面的中心， $M$ ， $N$ 为顶点， $P$ 为所在棱的中点，则满足 $MN \perp OP$ 的有 ( )



11.已知直线 $l: ax + by - r^2 = 0$ ,圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ ,点 $A(a, b)$ ,下列命题中的真命题有( )

- A.若 $A$ 在 $C$ 上,则 $l$ 与 $C$ 相切      B.若 $A$ 在 $C$ 内,则 $l$ 与 $C$ 相离  
C.若 $A$ 在 $C$ 外,则 $l$ 与 $C$ 相离      D.若 $A$ 在 $l$ 上,则 $l$ 与 $C$ 相切

12.设正整数 $n = a_0 \times 2^0 + a_1 \times 2^1 + \cdots + a_{k-1} \times 2^{k-1} + a_k \times 2^k$ , 其中“ $a_i \in \{0, 1\}, i = 0, 1, \cdots, k$ ”, 记 $w(n) = a_0 + a_1 + \cdots + a_k$ , 则( )

- A.  $w(2n) = w(n)$       B.  $w(2n + 3) = w(n) + 1$   
C.  $w(8n + 5) = w(4n + 3)$       D.  $w(2^n - 1) = n$

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分.

13.已知双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的离心率为2，则 $C$ 的两条渐近线方程分别为 \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

14.写出一个具有性质①②③的函数 $f(x) =$ \_\_\_\_\_

(1)  $f(x_1 x_2) = f(x_1) f(x_2)$ ;

(2) 当  $x \in (0, +\infty)$  时,  $f'(x) > 0$ ;      (3)  $f'(x)$  是奇函数.



15. 向量  $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$  满足  $\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{0}, |\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = |\mathbf{c}| = 2$ ,

则  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} + \mathbf{c} \cdot \mathbf{a} =$  \_\_\_\_\_

16. 设函数  $f(x) = |e^x - 1|, x_1 < 0, x_2 > 0$ , 曲线  $y = f(x)$  在点

$A(x_1, f(x_1))$  处的切线与在点  $B(x_2, f(x_2))$  处的切线相互垂直,

且分别交  $y$  轴于点  $M, N$ , 则  $\frac{|AM|}{|BN|}$  的取值范围是 \_\_\_\_\_

四、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (10 分) 记  $S_n$  为公差不为零的等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和,

已知  $a_3 = S_5, a_2 a_4 = S_4$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式.

(2) 求使得  $S_n > a_n$  的  $n$  的最小值.

18. (12 分) 记  $\triangle ABC$  的内角  $A, B, C$  的对边分别为  $a, b, c$ .

已知  $b = a + 1, c = a + 2$ .

(1) 若  $2\sin C = 3\sin A$ , 求  $\triangle ABC$  的面积.

(2) 是否存在正整数  $a$ , 使得  $\triangle ABC$  为钝角三角形?

若存在, 求  $a$ ; 若不存在, 说明理由.

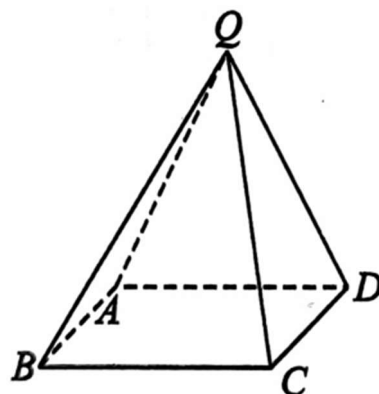


19.(12 分)如图,在四棱锥 $Q-ABCD$ 中,底面 $ABCD$ 为正方形,

$$AD = 2, QC = 3, QA = QD = \sqrt{5}.$$

(1)证明:平面 $QAD \perp$ 平面 $ABCD$ .

(2)求二面角 $B-QD-A$ 的余弦值.



20.(12 分)已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的右焦点为  $F(\sqrt{2}, 0)$ , 离心率为  $\frac{\sqrt{6}}{3}$ .

(1)求 $C$ 的方程.

(2)设 $M, N$ 是 $C$ 上两点,直线 $MN$ 与曲线 $x^2 + y^2 = b^2 (x > 0)$ 相切.

证明:  $M, N, F$  三点共线的充要条件是  $|MN| = \sqrt{3}$ .



21.(12 分)假设开始时有一个微生物个体(称为第0代), 该个体繁殖的若干个个体, 形成第1代, 第1代的每个个体繁殖的若干个个体, 形成第2代……假设每个个体繁殖的个体数相互独立且分布列相同, 记第1代微生物的个体总数为 $X$ ,  $X$ 的分布列为 $P(X = i) = p_i > 0, i = 0, 1, 2, 3$ .

(1)若 $p_0 = 0.4, p_1 = 0.3, p_2 = 0.2, p_3 = 0.1$ , 求 $E(X)$ .

(2)以 $p$ 表示这种微生物最终消亡的概率. 已知 $p$ 是关于 $x$ 的方程

$$p_0 + p_1x + p_2x^2 + p_3x^3 = x \text{ 的最小正根.}$$

证明: 当 $E(X) \leq 1$ 时,  $p = 1$ ; 当 $E(X) > 1$ 时,  $p < 1$ .

(3)说明(2)的结论的意义.

22.(12 分)已知函数.  $f(x) = (x - 1)e^x - ax^2 + b$ .

(1)讨论 $f(x)$ 的单调性.

(2)从①②两组条件中选取一组作为已知条件,

证明:  $f(x)$ 恰有一个零点.

$$\textcircled{1} \frac{1}{2} < a \leq \frac{e^2}{2}, b > 2a; \quad \textcircled{2} 0 < a < \frac{1}{2}, b \leq 2a.$$

注: 如果选择两组条件分别解答, 那么按第一个解答计分.



### 选择/填空题答案

1.  $A$  2.  $B$  3.  $B$  4.  $C$  5.  $D$  6.  $D$  7.  $C$  8.  $B$

9.  $AC$  10.  $BC$  11.  $ABD$  12.  $ACD$

13.  $y = \sqrt{3}x$   $y = -\sqrt{3}x$

14.  $f(x) = x^2$  ( $x \in R$ ) (答案不唯一)

15.  $-\frac{9}{2}$  16.  $(0,1)$

