2020年普通高等学校招生全国统一考试

文科数学

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{1,2,3,5,7,11\}$，$B=\{x|3<x<15\}$，则 $A\cap B$ 中元素的个数为（　　）

A. 2　　B. 3　　C. 4　　D. 5

2. 若 $\bar{z}(1+i)=1-i$，则 $z=$（　　）

A. $1-i$　　B. $1+i$　　C. $-i$　　D. i

3. 设一组样本数据 x_1，x_2，…，x_n 的方差为0.01，则数据 $10x_1$，$10x_2$，…，$10x_n$ 的方差为（　　）

A. 0.01　　B. 0.1　　C. 1　　D. 10

4. *Logistic* 模型是常用数学模型之一，可应用于流行病学领城．有学者根据公布数据建立了某地区新冠肺炎累计确诊病例数 $I(t)$（t 的单位：天）的 *Logistic* 模型：$I(t)=\dfrac{K}{1+\mathrm{e}^{-0.23(t-53)}}$，其中 K 为最大确诊病例数．当 $I(t^*)=0.95K$ 时，标志着已初步遏制疫情，则 t^* 约为（　　）（$\ln19\approx3$）

A. 60　　B. 63　　C. 66　　D. 69

5. 已知 $\sin\theta+\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{3}\right)=1$，则 $\sin\left(\theta+\dfrac{\pi}{6}\right)=$（　　）

A. $\dfrac{1}{2}$　　B. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　C. $\dfrac{2}{3}$　　D. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

6. 在平面内，A，B 是两个定点，C 是动点，若 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BC}=1$，则点 C 的轨迹为（　　）

A. 圆　　B. 椭圆　　C. 抛物线　　D. 直线

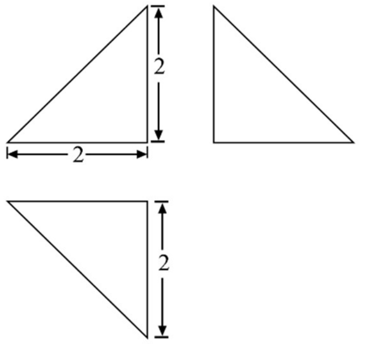
7. 设 O 为坐标原点，直线 $x=2$ 与抛物线 C：$y^2=2px(p>0)$ 交于 D，E 两点，若 $OD\perp OE$，则 C 的焦点坐标为（　　）

A. $\left(\dfrac{1}{4},0\right)$　　B. $\left(\dfrac{1}{2},0\right)$　　C. $(1,0)$　　D. $(2,0)$

8. 点(0，－1)到直线 $y=k(x+1)$ 距离的最大值为（　　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

9. 下图为某几何体的三视图，则该几何体的表面积是（　　）



A. $6+4\sqrt{2}$　　B. $4+4\sqrt{2}$　　C. $6+2\sqrt{3}$　　D. $4+2\sqrt{3}$

10. 设 $a=\log_3 2$，$b=\log_5 3$，$c=\dfrac{2}{3}$，则（　　）

A. $a<c<b$　　B. $a<b<c$　　C. $b<c<a$　　D. $c<a<b$

11. 在△ABC 中，$\cos C=\dfrac{2}{3}$，$AC=4$，$BC=3$，则 $\tan B=$（　　）

A. $\sqrt{5}$　　B. $2\sqrt{5}$　　C. $4\sqrt{5}$　　D. $8\sqrt{5}$

12. 已知函数 $f(x)=\sin x+\dfrac{1}{\sin x}$，则（　　）

A. $f(x)$ 的最小值为 2　　B. $f(x)$ 的图像关于 y 轴对称

C. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\pi$ 对称　　D. $f(x)$ 的图像关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 若 x，y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y\geq 0, \\ 2x-y\geq 0, \\ x\leq 1, \end{cases}$，则 $z=3x+2y$ 的最大值为________.

14. 设双曲线 C: $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ （$a>0$，$b>0$）的一条渐近线为 $y=\sqrt{2}x$，则 C 的离心率为

________.

15. 设函数 $f(x)=\dfrac{e^x}{x+a}$. 若 $f'(1)=\dfrac{e}{4}$，则 $a=$________.

16. 已知圆锥的底面半径为 1，母线长为 3，则该圆锥内半径最大的球的体积为____

三、解答题：共 70 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答.第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答.

（一）必考题：共 60 分.

17.设等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=4$，$a_3-a_1=8$.

（1）求$\{a_n\}$的通项公式；

（2）记S_n为数列$\{\log_3 a_n\}$的前 n 项和．若$S_m+S_{m+1}=S_{m+3}$，求 m.

18. 某学生兴趣小组随机调查了某市 100 天中每天的空气质量等级和当天到某公园锻炼的人次，整理数据得到下表（单位：天）：

锻炼人次 空气质量等级	[0，200]	(200，400]	(400，600]
1（优）	2	16	25
2（良）	5	10	12
3（轻度污染）	6	7	8
4（中度污染）	7	2	0

（1）分别估计该市一天的空气质量等级为 1，2，3，4 的概率；

（2）求一天中到该公园锻炼的平均人次的估计值（同一组中的数据用该组区间的中点值为代表）；

（3）若某天的空气质量等级为 1 或 2，则称这天“空气质量好”；若某天的空气质量等级为 3 或 4，则称这天“空气质量不好”．根据所给数据，完成下面的 2×2 列联表，并根据列联表，判断是否有 95%的把握认为一天中到该公园锻炼的人次与该市当天的空气质量有关？

	人次≤400	人次>400
空气质量好		
空气质量不好		

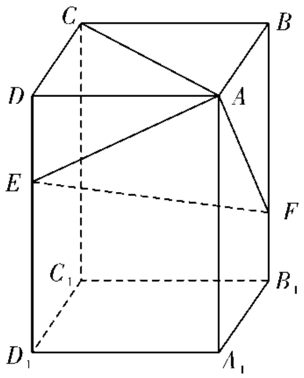
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$，

$P(K^2\geqslant k)$	0.050	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

19. 如图，在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，点 E，F 分别在棱 DD_1，BB_1 上，且 $2DE=ED_1$，$BF=2FB_1$．证明：

（1）当 $AB=BC$ 时，$EF\perp AC$；

（2）点 C_1 在平面 AEF 内．



20. 已知函数 $f(x)=x^3-kx+k^2$．

（1）讨论 $f(x)$ 的单调性；

（2）若 $f(x)$ 有三个零点，求 k 的取值范围．

21. 已知椭圆$C:\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{m^2}=1(0<m<5)$的离心率为$\dfrac{\sqrt{15}}{4}$，$A$，$B$分别为$C$的左、右顶点.

（1）求C的方程;

（2）若点P在C上，点Q在直线$x=6$上，且$|BP|=|BQ|$，$BP\perp BQ$，求$\triangle APQ$的面积.

（二）选考题：共 10 分. 请考生在第 22、23 题中任选一题作答. 如果多做，则按所做的第一题计分.

[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22. 在直角坐标系 xOy 中，曲线 C的参数方程为$\begin{cases} x=2-t-t^2, \\ y=2-3t+t^2 \end{cases}$（$t$ 为参数且 $t\neq 1$），C与坐标轴交于 A，B两点.

（1）求$|AB|$；

（2）以坐标原点为极点，x轴正半轴为极轴建立极坐标系，求直线 AB的极坐标方程.

[选修 4-5：不等式选讲]

23. 设 a，b，$c\in R$，$a+b+c=0$，$abc=1$.

（1）证明：$ab+bc+ca<0$；

（2）用 $\max\{a，b，c\}$表示 a，b，c 中的最大值，证明：$\max\{a，b，c\}\geqslant\sqrt[3]{4}$.