工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

2022～2023 学年度上期期末高一年级调研考试

数 学

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页，第Ⅱ卷(非选择题)3至4页，共4页，满分150分，考试时间120分钟。

注意事项：

1. 答题前，务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时，必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦擦干净后，再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时，必须使用0.5毫米黑色签字笔，将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答，在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后，只将答题卡交回。

第Ⅰ卷(选择题，共60分)

一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 已知集合 $A=\{3,5,8\}$，$B=\{5,6,8\}$，则 $A\cup B=$

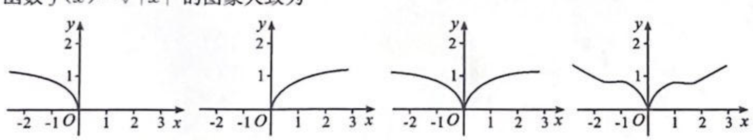
(A) $\{5,8\}$　　(B) $\{3,5,6,8\}$　　(C) $\{3,5,8\}$　　(D) $\{5,6,8\}$

2. "$x=1$"是"$x^2=1$"的

(A) 充分不必要条件　　(B) 必要不充分条件

(C) 充要条件　　(D) 既不充分又不必要条件

3. 函数 $f(x)=\sqrt{|x|}$ 的图象大致为



(A)　　(B)　　(C)　　(D)

4. 已知角 θ 的终边经过点 $P(1,-\sqrt{3})$，则 $\cos\theta$ 的值为

(A) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(C) $-\frac{1}{2}$　　(D) $\frac{1}{2}$

5. 方程 $e^x+4x=0$ 的解所在的区间为

(A) $(-\frac{3}{2},-1)$　　(B) $(-1,-\frac{1}{2})$　　(C) $(-\frac{1}{2},0)$　　(D) $(0,\frac{1}{2})$

6. 若函数 $f(x)=4x^2-kx-8$ 在 $[4,5]$ 上是单调函数，则 k 的取值范围是

(A) $[32,40]$　　(B) $(-\infty,32]\cup[40,+\infty)$

(C) $(-\infty,32]$　　(D) $[40,+\infty)$

7. 已知 $a=\ln\pi$，$b=\log_5 2$，$c=e^{-\frac{1}{2}}$，则 a,b,c 的大小关系为

(A) $c<a<b$　　(B) $b<a<c$　　(C) $c<b<a$　　(D) $b<c<a$

8. 当生物死亡后，它机体内原有的碳14含量会按确定的比率衰减(称为衰减率)，大约每经过5730年衰减为原来的一半，这个时间称为"半衰期". 现有某生物死亡若干年后，考古学家测算得其体内碳14含量衰减为原来的67.25%，则该生物死亡的年数大约为(参考数据：$\log_2 0.6725\approx-0.530$)

(A) 3037　　(B) 3056　　(C) 3199　　(D) 3211

二、选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分. 在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求. 全部选对的得5分，部分选对的得2分，有选错的得0分.

9. 若 $x>y>0$，则下列不等式成立的是

(A) $x^2>y^2$　　(B) $-x>-y$　　(C) $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　　(D) $\frac{x}{y}<\frac{x+1}{y+1}$

10. 若幂函数 $f(x)=(m-1)x^\alpha$ 的图象经过点 $(8,2)$，则

(A) $\alpha=3$　　(B) $m=2$

(C) 函数 $f(x)$ 的定义域为 $\{x\mid x\neq 0\}$　　(D) 函数 $f(x)$ 的值域为 $\mathbf{R}$

11. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$. 若对任意 $x,y\in\mathbf{R}$，都有 $f(x+y)=f(x)+f(y)$ 成立，且当 $x>0$ 时，均有 $f(x)>0$，则

(A) $f(0)=1$

(B) $f(3x)=3f(x)$

(C) $f(x)$ 是奇函数

(D) 若 $f(-m-1)>f(m+2)$，则 $m<-\frac{3}{2}$

12. 已知函数 $f(x)=\left(\frac{1}{3}\right)^x$，$g(x)=-\log_3 x$，$h(x)=2-x$. 则下列说法正确的是

(A) 函数 $y=f(x)$ 与函数 $y=g(x)$ 互为反函数

(B) 函数 $y=f(x)-g(x)$ 在区间 $(0,1)$ 内没有零点

(C) 若 a,b,c 均为正实数，且满足 $f(a)=g(b)=h(c)$，则 $b<1<c<a$

(D) 若函数 $h(x)$ 的图象与函数 $f(x)$ 的图象和函数 $g(x)$ 的图象在第一象限内交点的横坐标分别为 x_1,x_2，则 $x_1+\log_3 x_2=0$

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

三、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.把答案填在答题卡上.

13. 半径为1的圆中,$\frac{\pi}{6}$的圆心角所对的弧的长度为______.

14. 计算 $\lg 4+2\lg 5+8^{\frac{2}{3}}$ 的值为______.

15. 若"$\exists x_0\in\mathbf{R}$, $2mx^2+2\sqrt{2}mx-3\geqslant 0$"是假命题,则实数 m 的取值范围是______.

16. 已知实数 x, y 满足 $2x^2+4xy+5y^2=1$,则 x^2+y^2 的最小值为______.

四、解答题:本题共6小题,共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分10分)

设集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x(x-2)\leqslant 0\}$, $B=\{x\in\mathbf{R}\mid m-1\leqslant x\leqslant m+6\}$.

(Ⅰ)若 $m=-1$,求 $(\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B$;

(Ⅱ)若 $A\subseteq B$,求实数 m 的取值范围.

18. (本小题满分12分)

已知 α 为第三象限角,且 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$.

(Ⅰ)求 $\tan\alpha$ 的值;

(Ⅱ)求 $\frac{\sin(2\pi+\alpha)+\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)+\sin\alpha}$ 的值.

19. (本小题满分12分)

已知关于 x 的不等式 $ax^2-x-b>0(a,b\in\mathbf{R})$ 的解集为 $\{x\mid x>2$ 或 $x<-1\}$.

(Ⅰ)求 a, b 的值;

(Ⅱ)若 $c\in\mathbf{R}$,解关于 x 的不等式 $ax^2-(ac+b-1)x+(b-1)c<0$.

20. (本小题满分12分)

已知 $f(x)=\frac{mx+n}{x^2+1}(m,n\in\mathbf{R})$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,且 $f(1)=\frac{1}{2}$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的解析式;

(Ⅱ)若 $f(x)g(x)=1$,试用单调性的定义证明函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减.

21. (本小题满分12分)

学校数学学习小组在假期社会实践活动中,对某公司的一种产品销售情况的调查发现:受不可抗力因素影响,该种产品在2022年8月份(价格浮动较大的一个月,以31天计)的最后7天无法进行销售,日销售单价 $P(x)$(单位:千元/千克)与第 x 天 $(1\leqslant x\leqslant 24, x\in\mathbf{N}^*)$ 的函数关系满足 $P(x)=\frac{k}{x+1}+15$(k 为正实数).因公司数据保存不当,只能查到该产品的日销售量 $Q(x)$(单位:千克)与 x 的如下数据:$Q(4)=16$, $Q(6)=17$, $Q(12)>Q(13)$.已知第4天该产品的日销售收入为256千元(日销售收入=日销售单价×日销售量).

(Ⅰ)给出以下三种函数模型:① $Q(x)=a\cdot 2^x+b$;② $Q(x)=a\cdot\log_3 x+b$;③ $Q(x)=a|x-12|+b$.请你根据上述数据,帮助这组同学从中选择最合适的一种函数模型来描述该产品在2022年8月份的日销售量 $Q(x)$ 与 x 的关系,并求出该函数的解析式;

(Ⅱ)在(Ⅰ)的基础上,求出该公司在2022年8月份第1天到第12天中,该产品日销售收入 $f(x)$(单位:千元)的最小值.

22. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=\log_2 x+1$, $g(x)=2^x-2$.

(Ⅰ)求函数 $F(x)=[f(x)]^2-af(x^2)+1(a\in\mathbf{R})$ 在区间 $[2,4]$ 上的最大值;

(Ⅱ)若函数 $h(x)=g(f(x))$,且函数 $y=\frac{1}{2}h(|g(x)|)-1$ 的图象与函数 $y=4b-\frac{3b+2}{|g(x)|}-1$ 的图象有3个不同的交点,求实数 b 的取值范围.

2022～2023 **学年度上期期末高一年级调研考试**

数学参考答案及评分意见

第Ⅰ卷(选择题,共60分)

一、单选题:(每小题5分,共40分)

1.B；　2.A；　3.C；　4.D；　5.C；　6.B；　7.D；　8.A.

二、多选题:(每小题5分,共20分)

9.AC；　10.BD；　11.BCD；　12.AD.

第Ⅱ卷(非选择题,共90分)

三、填空题:(每小题5分,共20分)

13. $\frac{\pi}{6}$；　14. 6；　15. $(-3,0]$；　16. $\frac{1}{6}$.

四、解答题:(共70分)

17. **解:**(Ⅰ)由题知 $A=\{x\in \mathbf{R}\mid x(x-2)\leqslant 0\}=\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 2\}$,即 $A=[0,2]$.

……1分

$\therefore\ \complement_{\mathbf{R}}A=(-\infty,0)\cup(2,+\infty)$. ……3分

又当 $m=-1$ 时,$B=[-2,5]$. ……4分

$\therefore\ (\complement_{\mathbf{R}}A)\cap B=[-2,0)\cup(2,5]$. ……5分

(Ⅱ)$\because\ B=\{x\in \mathbf{R}\mid m-1\leqslant x\leqslant m+6\}$,$A=[0,2]$,$A\subseteq B$,

$\therefore\ \begin{cases} m-1\leqslant 0, \\ m+6\geqslant 2. \end{cases}$ ……7分

解得 $-4\leqslant m\leqslant 1$. ……9分

∴实数 m 的取值范围为 $[-4,1]$. ……10分

18. **解:**(Ⅰ)$\because\ \alpha$ 为第三象限角,$\therefore\ \cos\alpha<0$. ……1分

又 $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$,$\therefore\ \cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\frac{4}{5}$. ……3分

$\therefore\ \tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{3}{4}$.

即 $\tan\alpha$ 的值为 $\frac{3}{4}$. ……6分

(Ⅱ)$\because\ \sin(2\pi+\alpha)=\sin\alpha$,$\sin(\frac{\pi}{2}+\alpha)=\cos\alpha$,$\cos(\pi-\alpha)=-\cos\alpha$, ……9分

$\therefore \dfrac{\sin(2\pi+\alpha)+\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)+\sin\alpha}=\dfrac{\sin\alpha+\cos\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}$ ……10 分

$=\dfrac{\tan\alpha+1}{\tan\alpha-1}=\dfrac{\dfrac{3}{4}+1}{\dfrac{3}{4}-1}=-7.$ ……11 分

$\therefore \dfrac{\sin(2\pi+\alpha)+\sin(\dfrac{\pi}{2}+\alpha)}{\cos(\pi-\alpha)+\sin\alpha}$ 的值为 -7. ……12 分

19. **解**:(Ⅰ)由题意知 2 和 -1 是方程 $ax^2-x-b=0$ 的两个根. ……2 分

$\therefore$由根与系数关系得 $\begin{cases}2+(-1)=\dfrac{1}{a},\\ 2\cdot(-1)=-\dfrac{b}{a}.\end{cases}$ ……4 分

解得 $a=1$, $b=2$. ……6 分

(Ⅱ)由(Ⅰ)知不等式 $ax^2-(ac+b-1)x+(b-1)c<0$ 可化为

$x^2-(c+1)x+c<0$,即 $(x-1)(x-c)<0$. ……9 分

又 $c\in\mathbf{R}$,$\therefore$当 $c=1$ 时,$x\in\varnothing$;当 $c>1$ 时,$1<x<c$;当 $c<1$ 时,$c<x<1$.

$\therefore$当 $c<1$ 时,不等式 的解集为 $x\in(c,1)$;当 $c=1$ 时,不等式 的解集为 $x\in\varnothing$;当 $c>1$ 时,不等式 的解集为 $x\in(1,c)$. ……12 分

20. **解**:(Ⅰ)由题意知 $f(0)=0$,即 $n=0$. ……1 分

又 $f(1)=\dfrac{1}{2}$,$\therefore \dfrac{m\cdot1}{1^2+1}=\dfrac{1}{2}$,即 $m=1$. ……3 分

$\therefore f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$,$x\in\mathbf{R}$. ……4 分

$\therefore$函数 $f(x)$ 的解析式为 $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$,$x\in\mathbf{R}$. ……5 分

(Ⅱ)$\because f(x)g(x)=1$,$\therefore g(x)=x+\dfrac{1}{x}\ (x\neq0)$. ……6 分

任意取 $x_1,x_2\in(0,1)$,且 $x_1<x_2$,即 $0<x_1<x_2<1$. ……7 分

$$g(x_1)-g(x_2)=x_1+\frac{1}{x_1}-x_2-\frac{1}{x_2}=(x_1-x_2)+\left(\frac{1}{x_1}-\frac{1}{x_2}\right)=(x_1-x_2)+\frac{x_2-x_1}{x_1x_2}$$

$=(x_1-x_2)\left(1-\dfrac{1}{x_1x_2}\right)=(x_1-x_2)\left(\dfrac{x_1x_2-1}{x_1x_2}\right)$. ……9 分

又 $0<x_1<x_2<1$，∴ $x_1-x_2<0$，$x_1x_2>0$，$x_1x_2-1<0$. ……10 分

∴ $(x_1-x_2)(\frac{x_1x_2-1}{x_1x_2})>0$.

∴ $g(x_1)-g(x_2)>0$，即 $g(x_1)>g(x_2)$.

∴函数 $g(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减. ……12 分

21. **解**:(Ⅰ)当 $x=4$ 时,由 $\left(\frac{k}{x+1}+15\right)\cdot 16=256$,得 $k=5$. ……1 分

∵ $Q(4)=16$，$Q(6)=17$，∴ $Q(6)>Q(4)$.

又 $Q(12)>Q(13)$ ，∴数据有增有减.

故模型①,模型②不合题意. ∴选择模型③. ……3 分

将 $Q(4)=16$，$Q(6)=17$ 代入模型③的解析式,可得

$\begin{cases}a|4-12|+b=16,\\ a|6-12|+b=17.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-\frac{1}{2},\\ b=20.\end{cases}$ ……5 分

∴模型③的函数解析式为 $Q(x)=-\frac{1}{2}|x-12|+20$，$1\leqslant x\leqslant 24$，$x\in \mathbf{N}^*$.

……6 分

(Ⅱ)当 $x\in[1,12]$ 时，

$$f(x)=\left(\frac{5}{x+1}+15\right)\left(\frac{1}{2}x+14\right)=\left(\frac{5}{x+1}+15\right)\left[\frac{1}{2}(x+1)+\frac{27}{2}\right]$$

$$=205+\frac{15(x+1)}{2}+\frac{5\times 27}{2(x+1)}.$$

……8 分

又 $\frac{15(x+1)}{2}+\frac{5\times 27}{2(x+1)}\geqslant 2\sqrt{\frac{15(x+1)}{2}\cdot\frac{5\times 27}{2(x+1)}}=45$， ……10 分

当且仅当 $x=2$ 时,等号成立.

∴ $f(x)_{\min}=f(2)=205+45=250$.

∴当 $x=2$ 时日销售收入 $f(x)$ 最小,最小值为 250 千元. ……12 分

22. **解**:(Ⅰ)由题意知 $F(x)=(\log_2 x+1)^2-a(\log_2 x^2+1)+1$

$=(\log_2 x)^2-2(a-1)\log_2 x+2-a$. ……1 分

令 $t=\log_2 x$,则 $t\in[1,2]$. 记 $\varphi(t)=t^2-2(a-1)t+2-a$.

原问题等价于求 $\varphi(t)=t^2-2(a-1)t+2-a$ 在区间 $[1,2]$ 上的最大值. ……2 分

①当 $a-1\geqslant\frac{3}{2}$,即 $a\geqslant\frac{5}{2}$ 时，$\varphi(t)_{\max}=\varphi(1)=5-3a$ ；

②当 $a-1<\frac{3}{2}$,即 $a<\frac{5}{2}$ 时，$\varphi(t)_{\max}=\varphi(2)=10-5a$. ……4 分

∴函数 $F(x)$ 在 $[2,4]$ 上的最大值为 $F(x)_{\max}=\begin{cases}5-3a, a\geqslant\dfrac{5}{2},\\ 10-5a, a<\dfrac{5}{2}.\end{cases}$ ……5 分

(Ⅱ)由题可知 $h(x)=2^{f(x)}-2=2^{\log_2 x+1}-2=2x-2$，$x>0$. ……6 分

令 $u=|g(x)|=|2^x-2|$.则

$y=\dfrac{1}{2}h(|g(x)|)-1=u-2$，$y=4b-\dfrac{3b+2}{|g(x)|}-1=4b-\dfrac{3b+2}{u}-1$. ……7 分

∴若函数 $y=\dfrac{1}{2}h(|g(x)|)-1$ 的图象与函数 $y=4b-\dfrac{3b+2}{|g(x)|}-1$ 的图象有 3 个不同的交点，则关于 u 的方程 $u+\dfrac{3b+2}{u}-4b-1=0$ 有两个不相等的实数根.

即 $u^2-(4b+1)u+3b+2=0$ 有两个不相等的实数根 u_1, u_2，且 $0<u_1<2$，$u_2>2$ 或 $0<u_1<2$，$u_2=2$. ……9 分

记 $p(u)=u^2-(4b+1)u+3b+2$.

则 $\begin{cases}p(0)=3b+2>0,\\ p(2)=-5b+4<0;\end{cases}$ …① 或 $\begin{cases}p(0)=3b+2>0,\\ p(2)=-5b+4=0,\\ 0<\dfrac{4b+1}{2}<2.\end{cases}$ … ② . ……11 分

解不等组①得 $b>\dfrac{4}{5}$ ；而不等式组②无实数解.

综上，实数 b 的取值范围是 $(\dfrac{4}{5},+\infty)$. ……12 分